

Topologische Ableitung zur Optimierung crashbelasteter Strukturen

Bergische Universität Wuppertal
Lehrstuhl für Optimierung mechanischer Strukturen

Katrin Weider

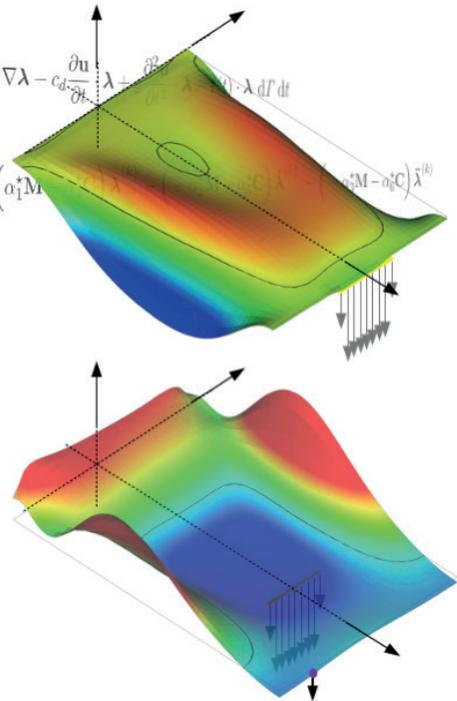
$$\mathcal{TJ}(\mathbf{X}_0) = \lim_{r \downarrow 0} \left(\frac{d|c_r(\mathbf{X}_0)|}{dr} \right)^{-1} \left(\left(\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial r} \right)_E - \int_0^T \int_{\Gamma_r} \mathbf{FS} \cdot \nabla \lambda - c_d \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \lambda + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \lambda \, d\Gamma \, dt \right)$$

$$w^{(k-1)} \left(-\alpha_1^* \mathbf{M} + \alpha_4^* \mathbf{C} + \mathbf{K}_T^{(k-1)} \right) \lambda^{(k-1)} = - \left[P^{(k-1)} \right]_{(h)} - \left(\alpha_1^* \mathbf{M} - \alpha_4^* \mathbf{C} \right) \dot{\lambda}^{(k)}$$

$$\lambda^{(m)} = -\mathbf{M}^{-1} \left[\int_{\Omega} \frac{\partial z}{\partial \ddot{\mathbf{u}}} \Big|_{t=T} d\Omega \right]_{(h)}$$

$$\dot{\lambda}^{(m)} = \mathbf{M}^{-1} \left(\mathbf{C} \lambda^{(m)} + \left[\int_{\Omega} \frac{\partial z}{\partial \dot{\mathbf{u}}} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial z}{\partial \ddot{\mathbf{u}}} \Big|_{t=T} d\Omega \right]_{(h)} \right)$$

$$\ddot{\lambda}^{(m)} = \mathbf{M}^{-1} \left(\mathbf{C} \dot{\lambda}^{(m)} - \mathbf{K}_T^{(m)} \lambda^{(m)} - \left[P^{(m)} \right]_{(h)} \right)$$



Topologische Ableitung zur Optimierung crashbelasteter Strukturen

Dissertation
zur Erlangung eines Doktorgrades

in der
Fakultät für Maschinenbau und Sicherheitstechnik
der
Bergischen Universität Wuppertal



vorgelegt von
Katrin Weider
aus Bad Nauheim

Wuppertal 2021

Tag der mündlichen Prüfung: 21.07.2021

Berichte aus dem Maschinenbau

Katrin Weider

**Topologische Ableitung zur Optimierung
crashbelasteter Strukturen**

Shaker Verlag
Düren 2021

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Wuppertal, Univ., Diss., 2021

Copyright Shaker Verlag 2021

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-8248-7

ISSN 0945-0874

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9

Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Katrin Weider

Topologische Ableitung zur Optimierung crashbelasteter Strukturen

Dissertation, Bergische Universität Wuppertal,

Fakultät für Maschinenbau und Sicherheitstechnik,

Lehrstuhl für Optimierung mechanischer Strukturen, September 2021

Kurzfassung

Die Optimierung der strukturellen Crashesicherheit ist ein wichtiges Forschungsfeld der Fahrzeugsicherheit. Auf Basis der Crashsimulation kann der Einsatz von Methoden zur Dimensionierung, Form- und Topologieoptimierung sinnvoll sein. Jedoch ist ein Crash ein hochdynamischer Prozess und durch starke Nichtlinearitäten charakterisiert. Dies erschwert die Ermittlung von für viele Optimierungsverfahren wichtigen analytischen Sensitivitäten der Ziel- und Restriktionsfunktionen bezüglich der Entwurfsvariablen.

In dieser Dissertation wird die Topologische Ableitung unter Materialnichtlinearität, großer Verformung und Zeitabhängigkeit vorgestellt. Hierbei gibt die Topologische Ableitung an, wie sich ein Funktional durch Einbringen einer Ausparung verändert. Mithilfe der adjungierten Methode und einer Interpolation des elasto-plastischen Materialverhaltens wird ein Berechnungsverfahren zur Bestimmung dieser Sensitivität entwickelt.

Die Funktionale werden um die mechanischen nichtlinear transienten Gleichgewichtsbedingungen mit einem Lagrange-Multiplikator (der Adjungierten) erweitert. Dieser wird so gewählt, dass implizite Ableitungsterme, wie beispielsweise die Ableitung der Verschiebung nach der Entwurfsvariable, nicht mehr berechnet werden müssen, sondern nur die expliziten Ableitungsterme, wie beispielsweise die Ableitung des Funktionals nach der Entwurfsvariable. Für die Berechnung der Adjungierten ist ein Endwertproblem zu lösen. Je nachdem, ob zuerst differenziert wird und anschließend die zeitliche Diskretisierung erfolgt oder umgekehrt, entsteht ein eigenes Lösungsschema für die Adjungierte. Die Entwicklung ist zunächst allgemein gehalten, so dass das adjungierte Lösungsschema auch für Funktionale, die Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen beinhalten, gültig ist. Für die innere Energie einer Struktur und die Verschiebung eines Einzelpunktes wird die Topologische Ableitung in analytischer Form konkretisiert.

Es verbleiben für die Berechnung der Topologischen Ableitung Integralterme, deren Auflösung analytisch nicht mehr möglich ist. Diese Integration wird durch eine Materialinterpolation ersetzt, die das durch plastische Dehnung und isotrope Verfestigung entstandene Materialverhalten temporär linearisiert wiedergibt.

Stichworte: Topologische Ableitung, nichtlinear dynamische Probleme, adjungierte Methode

Katrin Weider

Topological derivatives for the optimization of crashloaded structures

PhD thesis, University of Wuppertal, School of Mechanical Engineering and Safety Engineering, Chair for Optimization of Mechanical Structures, September 2021

Abstract

Optimizing structural crash safety is an important field of research in vehicle safety. Based on crash simulation, it can be useful to apply methods for dimensioning, shape and topology optimization. However, a crash is a highly dynamic process and characterized by strong nonlinearities. This makes it difficult to determine analytical sensitivities of the objective and the constraints with respect to the design variables, which are important for many optimization procedures.

In this thesis, the Topological Derivative considering material nonlinearity, large deformation and time dependency is presented. Here, the Topological Derivative indicates how a functional would be affected by introducing a cut-out. Using the adjoint method and an interpolation of the elasto-plastic material behavior, a method for the determination of this sensitivity is developed.

The functionals are extended by the mechanical nonlinear transient equilibrium equations with a Lagrange multiplier (the adjoint). This is chosen in a way that the implicit derivatives, such as the derivative of the displacement with respect to the design variable, are circumvented and only the explicit derivation terms, as for example the derivation of the functional with respect to the design variable, are required. For the calculation of the adjoint, a terminal value problem has to be solved. Depending on whether first differentiation and then discretization in the time domain is performed or vice versa, a separate solution scheme for the adjoint is derived. The general development allows also the usage of the adjoint solution scheme for functionals, which contain velocities or accelerations. For the internal energy of a structure and the displacement of a single point, the Topological Derivative is specified in the analytical form.

For the calculation of the Topological Derivative, integration terms remain, whose analytical resolution is no longer possible. This integration is replaced by a material interpolation, which represents the material behavior resulting from plastic strain and isotropic hardening in the temporarily linearized form.

Keywords: Topological Derivatives, nonlinear dynamic problems, adjoint method

Danksagung

Diese Dissertation entstand während meiner Mitarbeit im Projekt „Betriebliches Forschungstrainee-Programm für Postgraduierte der Hochschule RheinMain“ in Kooperation mit der Tecosim Technische Simulation GmbH und meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin an der Bergischen Universität Wuppertal am Lehrstuhl für Optimierung mechanischer Strukturen. Gefördert wurde das Projekt an der Hochschule RheinMain vom Europäischen Sozialfonds und die Arbeit an der Bergischen Universität Wuppertal durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Projektes „Topologische Ableitungen zur Layout-Findung crashbelasteter Strukturen“.

Meinem wissenschaftlichen Betreuer, Herrn Prof. Dr. Axel Schumacher, gilt besonderer Dank für die Unterstützung von der Beantragung der Forschungsförderung an der Bergischen Universität Wuppertal bis zur fertigen Dissertation. Seine kritischen Fragestellungen und die konstruktiven Anregungen haben zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen. Herrn Prof. Dr. Hanno Gottschalk danke ich herzlich für die Übernahme des Zweitgutachtens.

Des Weiteren möchte ich Herrn Prof. Dr. Christian Glockner und Herrn Martin Westerwald danken, die mir durch die Kooperation der Hochschule RheinMain und der Tecosim GmbH den Einstieg in die Forschung ermöglicht haben und mir bei der Themenfindung und der Kontaktaufnahme zu einem wissenschaftlichen Betreuer der Dissertation zur Seite gestanden haben. Gedankt sei auch Herrn Dr. Martin Müller-Bechtel für das betriebliche Mentoring in der Anfangsphase der Dissertation.

Meinen Kollegen vom Lehrstuhl Optimierung mechanischer Strukturen danke ich für das tolle Arbeitsklima und den stets freundschaftlichen Umgang. Sie sind für mich sowohl eine fachliche als auch eine menschliche Bereicherung. Besonders möchte ich mich bei meinen ehemaligen und aktuellen Bürokollegen Dr. Robert Dienemann und Philipp Clemens für den fachlichen Austausch und die schöne gemeinsame Zeit bedanken. Auch Dominik Schneider sei an dieser Stelle gedankt für die vielen interessanten Diskussionen und Anregungen.

Ein Dankeschön möchte ich an die wissenschaftlichen Hilfs- und Hilfsfachkräfte André Marschner und Alexander Maiwald richten, die diese Arbeit begleitet haben.

Die Arbeit wäre nicht ohne meine starke familiäre und freundschaftliche Basis möglich gewesen, auf die ich immer vertrauen kann. Ich danke meiner Familie und meinen Freunden dafür, immer ein unverzichtbarer Rückhalt außerhalb der Arbeit gewesen zu sein. Aus tiefstem Herzen danke ich meiner Mutter, die mir das Studium ermöglicht und mich in allen Lebenslagen unterstützt hat. Der größte Dank gebührt meinem Verlobten Christian für seine Geduld, sein Verständnis und seine Unterstützung, ohne die ich diese Arbeit nicht hätte schreiben können.

Wuppertal im September 2021

Katrin Weider

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	V
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung und Motivation	1
1.2 Aufbau der Dissertation	3
2 Stand der Forschung	5
2.1 Topologieoptimierung crashbelasteter Strukturen mit Ersatz-Sensitivitäten	5
2.2 Sensitivitätenbasierte nichtlineare Topologieoptimierung	9
2.3 Anforderungen an eine belastbare Crashsimulation	11
2.4 Topologische Ableitung	13
2.4.1 Zielfunktionale und Anwendungsgebiete	14
2.4.2 Optimierungsverfahren unter Verwendung der Topologischen Ableitung	15
2.4.3 Anwendungspotenzial der Topologischen Ableitung bei der Crash-Optimierung	18
3 Grundlagen der nichtlinearen Struktursimulation	21
3.1 Kontinuumsmechanische Grundbegriffe	21
3.1.1 Bewegung und Deformation eines Körpers im Raum	21
3.1.2 Symbolische Schreibweisen der Differentialoperatoren	23
3.1.3 Definition der ko- und kontravarianten Basisvektoren	26
3.1.4 Deformationsgradient und Verzerrungsmaße	29
3.1.5 Transformation zwischen Bezugs- und Momentankonfiguration	32
3.1.6 Zeitableitungen der Verzerrungstensoren	33
3.1.7 Spannungsmaße	34
3.1.8 Materialmodellierung – konstitutives Gesetz	36
3.2 Anfangsrandwertproblem der nichtlinearen Kontinuumsmechanik	37
3.2.1 Lokale Bewegungsgleichung	37
3.2.2 Formulierung des Anfangsrandwertproblems	39
3.2.3 Schwache Form des Anfangsrandwertproblems	41
3.2.4 Linearisierung der schwachen Form	44
3.3 Schalenformulierung	46
3.4 Methode der finiten Elemente	53
3.4.1 Räumliche Diskretisierung	54

3.4.2	Isoparametrisches Konzept	55
3.4.3	Räumliche Integration mit Quadraturformeln	58
3.4.4	Assemblierung des räumlich diskretisierten Gleichgewichts	62
3.5	Lösung des diskreten Anfangsrandwertproblems	66
3.5.1	Zeitintegration mit dem Newmark-Verfahren	68
3.5.2	Newton-Verfahren zur Bestimmung des Gleichgewichts . .	69
4	Entwicklung der nichtlinear transienten Topologischen Ableitung	73
4.1	Sensitivität eines Punktes durch Topologische Variation	73
4.1.1	Zusammenhang zwischen Topologischer Ableitung und Formableitung	76
4.1.2	Formableitung und materielle Ableitung	77
4.2	Allgemeine Sensitivitätenbestimmung mit der adjungierten Methode	82
4.3	Erst differenzieren – dann diskretisieren	83
4.3.1	Analytisch kontinuierliche Herleitung	83
4.3.2	Diskretisierung mit impliziter Zeitintegration	93
4.4	Erst diskretisieren – dann differenzieren	99
4.5	Explizite Ableitungen und Pseudolasten spezieller Funktionale . .	106
4.5.1	Innere Energie eines Körpers	107
4.5.2	Verschiebung eines Einzelpunktes	115
4.5.3	Volumen des Körpers	122
4.6	Zusammenfassung der analytischen Herleitung	123
5	Numerischer Lösungsansatz für die Randintegrale der Topologischen Variation	127
5.1	Randintegrale unter linear elastischem Materialverhalten und kleinen Verschiebungen	128
5.1.1	Schnittgrößen der Schalenformulierung	128
5.1.2	Analytische Lösungen der Spannungen am Lochrand . . .	129
5.1.3	Linear elastisches Materialverhalten	135
5.1.4	Erweiterung auf nichtlineare Problemstellungen	140
5.2	Materialinterpolation bei plastischer Dehnung	144
5.3	Berechnungsmodell der Ableitung der gemischt adjungierten Energie	148
5.3.1	Konstruktion der Koordinatensysteme in den Momentan- konfigurationen der Verschiebung und der Adjungierten . .	149
5.3.2	Spannungstensor auf dem Aussparungsrand	152
5.3.3	Adjungierter linearisierter Verzerrungstensor am Lochrand	154
5.3.4	Zusammenführung von Spannung und adjungierter Dehnung	158
5.4	Berechnungsmodell der expliziten Ableitung der inneren Energie .	161

5.5	Berechnungsmodell der Ableitungen des Trägheits- und Dämpfungs- terms und der Volumenkräfte	167
5.6	Zusammenführung und Visualisierung	171
5.7	Zusammenfassung des numerischen Lösungsansatzes	172
5.8	Zusammenfassung der Annahmen und Verbesserungspotenziale . .	174
6	Plausibilitätsprüfung anhand praktischer Beispiele	177
6.1	Biegebalken	178
6.1.1	Quasistatische Belastung ohne Trägheitseffekte	181
6.1.2	Balkenbelastung unter Berücksichtigung der Trägheitseffekte	197
6.1.3	Biegebalken mit „erst differenzieren – dann diskretisieren“	207
6.1.4	Biegebalken mit „erst diskretisieren – dann differenzieren“	209
6.1.5	Balken nichtlinear	213
6.2	Kragträger unter hochdynamischer Belastung	217
6.2.1	Auswertung des 1. Lastfalls	217
6.2.2	Auswertung des 2. Lastfalls	223
6.3	Ergebniszusammenfassung	227
7	Zusammenfassung und Ausblick	229
7.1	Ergebnisübersicht	229
7.2	Diskussion und Verbesserungspotenzial der vereinfachenden An- nahmen	231
	Literaturverzeichnis	233

Anhang

A	Softwarenachweis	242
B	Integralrechnung im \mathbb{R}^n	243
B.1	Mehrfachintegration	243
B.1.1	Die Transformationsformel	243
B.1.2	Integration über Untermannigfaltigkeiten	244
B.2	Gaußscher Integralsatz	245
B.3	Satz über die differenzierbare Abhängigkeit vom Parameter	245
B.4	Integrale über Nullmengen	246

Symbolverzeichnis

Einheitensystem

Dimensionsname	Dimensionssymbol	Einheit
Zeit	T	ms
Länge	L	mm
Masse	M	kg
Kraft	$ML \cdot T^{-2}$	kN
Energie	$ML^2 \cdot T^{-2}$	J
Spannung	$M \cdot L^{-1}T^{-2}$	GPa
Frequenz	T^{-1}	kHz

Schreibweisen

Symbol	Bedeutung
x	(Kursivdruck) Skalar
\mathbf{X}	(Fettdruck) Spaltenvektor, \mathbf{X}^T ist der zugehörige Zeilenvektor Großbuchstaben \mathbf{X} stehen für Vektoren in der Bezugskonfiguration Kleinbuchstaben \mathbf{x} stehen für Vektoren in der Momentan-konfiguration
X_i	i -te Komponente des Vektors \mathbf{X}
α, β	griechische Indizes gelten für 1, 2
i, j	lateinische Indizes gelten für 1, 2, 3
\mathbf{M}	(Fettdruck) Matrix

Symbol	Bedeutung
\mathbf{T}	(Fettdruck kursiv) Tensor 2. Stufe
$\mathbf{M}^{-1}, \mathbf{T}^{-1}$	Inverse der Matrix \mathbf{M} , bzw. des Tensors \mathbf{T}
$\mathbf{M}^T, \mathbf{T}^T$	transponierte Matrix \mathbf{M} , bzw. transponierter Tensor \mathbf{T}
$\mathbf{1}$	Identitätstensor 2. Stufe, bzw. Einheitsmatrix
	$\mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix}$
\mathbb{T}	(Doppelstrich) Tensor 4. Stufe
$\mathbb{1}$	Identitätstensor 4. Stufe
T_{ij}	Komponente ij des Tensors \mathbf{T}
	$\mathbf{T} = \sum_{i,j=1}^d T_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$
${}^u\mathbf{T} = \mathbf{T}(\mathbf{u})$	Tensor in Abhängigkeit der Lösung \mathbf{u}
\mathcal{B}	(kalligrafisch) Basis eines Vektorraums
${}_B\mathbf{T}$	Darstellung des Tensors \mathbf{T} bezüglich der Basis \mathcal{B}
$T_{r\varphi}$	Komponenten des Tensors \mathbf{T} im Zylinderkoordinatensystem
	${}_z\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{rr} & T_{r\varphi} & T_{rz} \\ T_{\varphi r} & T_{\varphi\varphi} & T_{\varphi z} \\ T_{zr} & T_{z\varphi} & T_{zz} \end{pmatrix}$
$A \cup B$	Vereinigung von Mengen $A \cup B := \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\}$
$A \setminus B$	Differenz von Mengen $A \setminus B := \{x \mid x \in A \text{ und } x \notin B\}$
$A \subset B$	A ist Teilmenge von B : Jedes Element von A ist auch in B enthalten
$[a, b]$	abgeschlossenes Intervall $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$
$[a, b)$	halboffenes Intervall $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$
$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$	Skalarprodukt
	$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \sum_{i=1}^n x_i y_i \text{ für Vektoren } \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$
	$\mathbf{S} \cdot \mathbf{T} = \text{tr}(\mathbf{S}^T \mathbf{T}) \text{ für Tensoren 2. Stufe und Matrizen}$
	$\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{m \times n}, \mathbf{T} \in \mathbb{R}^{m \times n}$
$\mathbf{x} \otimes \mathbf{y}$	dyadisches Produkt $\mathbf{x} \otimes \mathbf{y} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{y}^T$

Symbol	Bedeutung
$\mathbf{x} \times \mathbf{y}$	Kreuzprodukt $\mathbf{x} \times \mathbf{y} = \begin{pmatrix} x_2 y_3 - x_3 y_2 \\ x_3 y_1 - x_1 y_3 \\ x_1 y_2 - x_2 y_1 \end{pmatrix}$
$[\mathbf{x}]_{\mathbf{x}}$	schiefsymmetrische Matrix des Kreuzproduktes $[\mathbf{x}]_{\mathbf{x}} \mathbf{y} = \begin{pmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{y} = \mathbf{x} \times \mathbf{y}$
Δ	Differenz einer Größe zwischen zwei Zeitpunkten $\Delta \square^{(k)} = \square^{(k)} - \square^{(k-1)}$
\det	Determinante
$\text{diag}(x_1, x_2, \dots)$	Diagonalmatrix mit den Einträgen x_1, x_2, \dots auf der Diagonalen, ansonsten null $\text{diag}(x_1, x_2, \dots) = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & x_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & x_3 & \\ \vdots & \vdots & & \ddots \end{pmatrix}$
\dim	Dimension
$\text{Div } \mathbf{T}$	materielle Divergenzbildung eines Tensorfeldes $\text{Div } \mathbf{T} = \sum_{i,j=1}^d \frac{\partial T_{ij}}{\partial X_j} \mathbf{e}_i$
$\text{div } \mathbf{t}$	räumliche Divergenzbildung eines Tensorfeldes $\text{div } \mathbf{t} = \sum_{i,j=1}^d \frac{\partial t_{ij}}{\partial x_j} \mathbf{e}_i$
Grad	materielle Gradientenbildung $\text{Grad} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial}{\partial X_1} \mathbf{e}_1 + \frac{\partial}{\partial X_2} \mathbf{e}_2 + \frac{\partial}{\partial X_3} \mathbf{e}_3$
grad	räumliche Gradientenbildung $\text{grad} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial}{\partial x_1} \mathbf{e}_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} \mathbf{e}_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} \mathbf{e}_3$
$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{X}}$	materielle Gradientenbildung eines Vektorfeldes

Symbol	Bedeutung
	$\text{Grad } \mathbf{v} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial X_1} & \frac{\partial v_1}{\partial X_2} & \cdots & \frac{\partial v_1}{\partial X_d} \\ \frac{\partial v_2}{\partial X_1} & \frac{\partial v_2}{\partial X_2} & \cdots & \frac{\partial v_2}{\partial X_d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial v_m}{\partial X_1} & \frac{\partial v_m}{\partial X_2} & \cdots & \frac{\partial v_m}{\partial X_d} \end{pmatrix}$
$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}}$	räumliche Gradientenbildung eines Vektorfeldes
	$\text{grad } \mathbf{v} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} & \frac{\partial v_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial v_1}{\partial x_d} \\ \frac{\partial v_2}{\partial x_1} & \frac{\partial v_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial v_2}{\partial x_d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial v_m}{\partial x_1} & \frac{\partial v_m}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial v_m}{\partial x_d} \end{pmatrix}$
tr	Spur, Summe der Hauptdiagonalelemente einer Matrix oder eines Tensors $\text{tr } \mathbf{M} = \sum_{i=1}^d M_{ii}$
$\langle z, x \rangle$	Anwendung von z auf x
$\partial \Omega$	Rand des Gebiets $\Omega \subset \mathbb{R}^d$
$\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial \Omega$	Abschluss des Gebiets Ω
$[Z(x)]_{x=a}^{x=b}$	Auswertung der Stammfunktion eines bestimmten Integrals in den Grenzen von a bis b : $\int_a^b z(x) \, dx = [Z(x)]_{x=a}^{x=b} := Z(b) - Z(a)$
$z(x) _{\Gamma_r}$	Funktion ausgewertet auf der Menge $x \in \Gamma_r$
$[z]_{(h)}$	räumliche Diskretisierung des Skalars z
$[z]^{(t)}$	zeitliche Diskretisierung des Skalars z
$\int_{\Omega} z \, d\Omega$	Integration der Funktion z auf dem Gebiet Ω bzgl. des d -dimensionalen Lebesgue-Maßes
$\int_{\Gamma} z \, d\Gamma$	Integration der Funktion z auf dem Rand des Gebiets $\Gamma = \partial \Omega \subset \mathbb{R}^{d-1}$ bzgl. des Oberflächenmaßes
$ \Omega $	d -dimensionales Volumen des Gebiets $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ $ \Omega = \int_{\Omega} 1 \, d\Omega$
$\ \mathbf{x}\ _2$	euklidische Vektornorm $\ \mathbf{x}\ _2 = \sqrt{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}}$
$\frac{\partial z}{\partial x_i} = z_{,i}$	partielle Ableitung von z nach der i -ten Komponente des Vektors \mathbf{x}
$(\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial r})_E$	explizite Ableitung des Funktionals \mathcal{J} nach r

Symbol	Bedeutung
$\left(\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial r}\right)_I$	implizite Ableitung des Functionals \mathcal{J} nach r
\cup	Assemblierung der elementweisen Integrale zu einer globalen System-Matrix, bzw. einem globalen System-Vektor
z_I, z_{IK}	Größe z in Abhängigkeit der Ansatzfunktionen des Knotens I , bzw. der Knoten I und K
$\dot{\mathbf{y}}$	Zeitableitung (Geschwindigkeit) $\dot{\mathbf{y}} = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{y}$
$\ddot{\mathbf{y}}$	zweifache Zeitableitung (Beschleunigung) $\ddot{\mathbf{y}} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{y}$
$^{(i)} \mathbf{y}$	Index der Newton-Iteration zu einem festen Zeischritt
$\mathbf{y}^{(k)}$	Index des diskreten Zeitpunkts der Zeitintegration
$\mathbf{y}^{(e)}$	Größe in einem finiten Element
\mathbf{y}^{lin}	Größe bei linearen Randbedingungen, linear elastischem Materialverhalten und kleinen Verschiebungen, ohne Zeitabhängigkeit
$\bar{\mathbf{y}}$	Anfangswert $\bar{\mathbf{y}} = \mathbf{y}(0)$
$\hat{\mathbf{y}}$	Amplitude einer Schwingung
\mathbf{y}_h	Lösung eines homogenen Differentialgleichungssystems
\mathbf{y}_p	partikuläre Lösung des inhomogenen Differentialgleichungssystems
$^u \mathbf{y}$	Größe abhängig von der Verschiebungslösung
$^\lambda \mathbf{y}$	Größe abhängig von der adjungierten Lösung
$\square_{(\text{ESZ})}$	Größe speziell für den ebenen Spannungszustand
$\square_{(\text{EVZ})}$	Größe speziell für den ebenen Verzerrungszustand

Lateinische Zeichen

Symbol	Bedeutung	Dimension
A	Balkenquerschnitt	L^2
\mathbf{a}_α	Tangentenvektor der Mittelfläche in der Bezugskonfiguration	L
\mathbf{a}_α	Tangentenvektor der Mittelfläche in der Momentankonfiguration	L

Symbol	Bedeutung	Dimension
$\mathbf{a}_\alpha^{(e)}$	Tangentenvektor der Mittelfläche im Element e in der Bezugskonfiguration	L
$\mathbf{a}_\alpha^{(e)}$	Tangentenvektor der Mittelfläche im Element e in der Momentankonfiguration	L
\mathbf{a}_p	Koeffizientenvektor der partikulären Ansatzfunktion	$\text{L} \cdot \text{T}^{-1}$
b	Breite des Balkens	L
$B_r(\mathbf{X}_0)$	virtuelle Kugel mit Radius r um den Punkt \mathbf{X}_0	-
$C_{rh}(\mathbf{X}_0)$	virtueller Zylinder mit Radius r und Höhe h um den Punkt \mathbf{X}_0 auf der Mittelfläche	-
$c_r(\mathbf{X}_0)$	allgemeine Ausscheidefunktion um den Punkt \mathbf{X}_0 mit Parameter r	-
c_d	spezifischer Dämpfungskoeffizient	$\text{M} \cdot \text{T}^{-1} \text{L}^{-3}$
\mathbf{C}	Dämpfungsmatrix	$\text{M} \cdot \text{T}^{-1}$
\mathbf{C}	Elastizitätstensor (4. Stufe)	$\text{M} \cdot \text{L}^{-1} \text{T}^{-2}$
$\mathbb{C}_{(\text{ESZ})}$	Elastizitätstensor des ebenen Spannungszustands	$\text{M} \cdot \text{L}^{-1} \text{T}^{-2}$
d	Dimension des stukturmechanischen Problems, $d \in \{2, 3\}$	-
\mathbf{d}	Deformationsrate, Verzerrungsgeschwindigkeitstensor	T^{-1}
\mathbf{d}	Schalendirektor in der Momentankonfiguration	-
$\mathbf{d}^{(e)}$	Schalendirektor im Element e in der Momentankonfiguration	-
\mathbf{D}	Elastizitätmatrix in Voigtscher Notation	$\text{M} \cdot \text{L}^{-1} \text{T}^{-2}$
$\mathbf{D}_{(\text{ESZ})}$	Elastizitätmatrix des ebenen Spannungszustands in Voigtscher Notation	$\text{M} \cdot \text{L}^{-1} \text{T}^{-2}$
\mathbf{e}_i	globaler Einheitsvektor mit 1 an der i -ten Stelle, und 0 sonst	-
\mathbf{e}_r	Einheitsvektor in radialer Richtung des lokalen Zylinderkoordinatensystems	-

Symbol	Bedeutung	Dimension
\mathbf{e}_φ	Einheitsvektor in Umfangsrichtung des lokalen Zylinderkoordinatensystems	-
$\mathbf{e}_\alpha^{\text{loc}}$	schalentangentialer Einheitsvektor	-
$\mathcal{E}^{\text{glob}}$	globale kartesische Basis des \mathbb{R}^3	-
\mathcal{E}^{loc}	lokale schalentangentiale Koordinatenbasis	-
${}^u\mathbf{E}^{\text{loc}}$	Transformationsmatrix für das schalentangentiale Koordinatensystem in der Momentankonfiguration ${}^u\mathcal{E}^{\text{loc}}$	-
${}^\lambda\mathbf{E}^{\text{loc}}$	Transformationsmatrix für das schalentangentiale Koordinatensystem in der adjungierten Momentankonfiguration ${}^\lambda\mathcal{E}^{\text{loc}}$	-
E	Elastizitätsmodul	$\text{M} \cdot \text{L}^{-1}\text{T}^{-2}$
$E_{(\text{EVZ})}$	Ersatz-Elastizitätsmodul des ebenen Verzerrungszustands	$\text{M} \cdot \text{L}^{-1}\text{T}^{-2}$
E_p	plastischer Modul, Steigung der Fließkurve	$\text{M} \cdot \text{L}^{-1}\text{T}^{-2}$
E_T	Tangente der Spannungs-Dehnungskurve, Tangentenmodul	$\text{M} \cdot \text{L}^{-1}\text{T}^{-2}$
\bar{E}_T	durchschnittlicher effektiver Elastizitätsmodul	$\text{M} \cdot \text{L}^{-1}\text{T}^{-2}$
\mathbf{E}	Green-Lagrangescher Verzerrungstensor	-
\mathbf{f}	Volumenkraft	$\text{M} \cdot \text{T}^{-2}\text{L}^{-2}$
f	Korrekturfunktion der topologischen asymptotischen Entwicklung	L^3
$f_{\alpha\beta}$	Schnittkraft (pro Längeneinheit)	$\text{M} \cdot \text{T}^{-2}$
${}^\lambda f_{\alpha\beta}$	adjungierte Schnittkraft (pro Längeneinheit)	$\dim(\mathcal{J}) \cdot \text{L}^{-2}\text{T}^{-1}$
F	Einzelkraft	$\text{ML} \cdot \text{T}^{-2}$
\mathbf{F}	Deformationsgradient	-
${}^u\mathbf{F}$	Deformationsgradient der Zustandslösung $\mathbf{F}(\mathbf{u})$	-
${}^\lambda\mathbf{F}$	Deformationsgradient der adjungierten Zustandslösung $\mathbf{F}(\boldsymbol{\lambda})$	$\dim(\mathcal{J}) \text{T} \cdot \text{M}^{-1}\text{L}^{-2}$
$\mathbf{F}_{[C]}$	über die Schalendicke konstanter Anteil des Deformationsgradienten	-

Symbol	Bedeutung	Dimension
$F_{[L]}$	über die Schalendicke linearer Anteil des Deformationsgradienten	-
$F^{(e)}$	Deformationsgradient im Element e	-
\mathbf{G}_i	kovarianter Basisvektor der Bezugskonfiguration	L
\mathbf{G}^i	kontravarianter Basisvektor der Bezugskonfiguration	L ⁻¹
\mathbf{g}_i	kovarianter Basisvektor der Momentankonfiguration	L
\mathbf{g}^i	kontravarianter Basisvektor der Momentankonfiguration	L ⁻¹
$\mathbf{g}^{(k)}$	Gleichgewicht zu einem diskreten Zeitpunkt k $\mathbf{g}^{(k)} = \mathbf{g}(\mathbf{u}^{(k)})$	ML · T ⁻²
$\mathbf{g}^{*(k)}$	adjungiertes Gleichgewicht zu einem diskreten Zeitpunkt k $\mathbf{g}^{*(k)} = \mathbf{g}^*(\boldsymbol{\lambda}^{(k)})$	dim(\mathcal{J}) · L ⁻¹
G	Gleichgewichtsfunktional	ML · T ⁻²
G^{lin}	lineares Gleichgewichtsfunktional	ML · T ⁻²
G^*	adjungiertes Gleichgewichtsfunktional	dim(\mathcal{J}) · L ⁻¹
$G^{*\text{lin}}$	lineares adjungiertes Gleichgewichtsfunktional	dim(\mathcal{J}^{lin}) · L ⁻¹
h	Schalendicke	L
\mathbf{H}	Verschiebungsgradient	-
I_2	Flächenträgheitsmoment bezüglich der globalen \mathbf{e}_2 -Achse	L ⁴
$\mathbf{J}_\xi^{(e)}$	Jacobi-Matrix des Elements e bezüglich der Iso-Koordinaten des Referenzelements	L
J_G	Gramsche Determinante	L ⁴
j	diskretes Funktional	dim(\mathcal{J})
\mathcal{J}	stetiges Funktional	
\mathcal{J}_u	Verschiebungsfunktional	L
$\mathcal{J}_u^{\text{lin}}$	lineares Verschiebungsfunktional	L
j_u	diskretes Verschiebungsfunktional	L
\mathcal{J}_σ	innere Energie	ML ² · T ⁻²

Symbol	Bedeutung	Dimension
$\mathcal{J}_\sigma^{\text{lin}}$	Formänderungsenergie	$\text{ML}^2 \cdot \text{T}^{-2}$
j_σ	diskrete innere Energie	$\text{ML}^2 \cdot \text{T}^{-2}$
$\hat{\mathcal{J}}$	erweitertes stetiges Funktional	$\text{dim}(\mathcal{J})$
\hat{j}	erweitertes diskretes Funktional	$\text{dim}(\mathcal{J})$
k	Spannungskonzentrationsfaktor	-
\mathbf{K}	Steifigkeitsmatrix	$\text{M} \cdot \text{T}^{-2}$
$\mathbf{K}_\mathbf{T}$	Tangentensteifigkeitsmatrix	$\text{M} \cdot \text{T}^{-2}$
$\hat{\mathbf{K}}$	effektive Steifigkeitsmatrix	$\text{M} \cdot \text{T}^{-2}$
l	Länge des Balkens	L
\boldsymbol{l}	räumlicher Geschwindigkeitsgradient	T^{-1}
\mathbf{l}	Einheitsvektor der den Richtungseinheitsvektor \mathbf{v} an einem Punkt \mathbf{X}_\star den Systemfreiheitsgraden des FE-Modells zuordnet	-
$m_{\alpha\beta}$	Schnittmoment (pro Längeneinheit)	$\text{ML} \cdot \text{T}^{-2}$
$\lambda m_{\alpha\beta}$	adjungiertes Schnittmoment (pro Längeneinheit)	$\text{dim}(\mathcal{J}) \cdot \text{L}^{-1} \text{T}^{-1}$
\mathbf{M}	globale Massenmatrix	M
$\mathbf{M}^{(e)}$	Massenmatrix des Elements e	M
\mathcal{M}	Mittelfläche einer Schale	-
$\mathcal{M}^{(e)}$	Mittelfläche des finiten Elements e	-
m	Anzahl der diskreten Zeitschritte bei der Zeitintegration	-
m_i^*	modale Masse der i -ten Eigenschwingungsform	M
\mathbb{N}	Menge der natürlichen Zahlen $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$	-
N_I	diskrete Ansatzfunktion des Knotens I des Referenzelements	-
n_e	Anzahl der finiten Elemente zur Diskretisierung des Körpers Ω	-
n_f	Anzahl der Freiheitsgrade des diskretisierten mechanischen Systems	-

Symbol	Bedeutung	Dimension
$n_{\mathcal{M}}$	Anzahl der Flächenintegrationspunkte im finiten Element	-
n_p	Anzahl der Integrationspunkte im finiten Element	-
n_r	Anzahl der am Rand des Körpers liegenden finiten Elemente	-
n_z	Anzahl der Dickenintegrationspunkte im finiten Element	-
\mathbf{n}	äußerer Normalenvektor in der räumlichen Beschreibung	-
\mathbf{n}_t	äußerer Normalenvektor des formvariieren Gebiets	-
\mathbf{N}	äußerer Normalenvektor in der materiellen Beschreibung	-
\mathbf{n}	Schalennormale in der Momentankonfiguration	-
\mathbf{N}	Schalennormale in der Bezugskonfiguration	-
$\mathbf{N}^{(e)}$	Normalenvektor der Schale im Element e	-
\mathbf{N}_r	Normalenvektor auf dem Aussparungsrand	-
\mathcal{P}	Pseudolast	$\dim \mathcal{J} \cdot \mathbf{L}$
$P^{(k)}$	Summand der zeitlich diskretisierten Pseudolast zugeordnet zum Zeitpunkt $t^{(k)}$	$\dim \mathcal{J} \cdot \mathbf{L}$
$P_u^{(k)}$	Summand der zeitlich diskretisierten Pseudolast des Verschiebungsfunktional zugeordnet zum Zeitpunkt $t^{(k)}$	$\dim \mathcal{J}_u \cdot \mathbf{L}$
$P_\sigma^{(k)}$	Summand der zeitlich diskretisierten Pseudolast der inneren Energie zugeordnet zum Zeitpunkt $t^{(k)}$	$\dim \mathcal{J}_\sigma \cdot \mathbf{L}$
p	Exponent der Verschiebung im Verschiebungsfunktional	-
\mathbf{q}	Vektor aller auf die Struktur wirkenden Lasten	$\mathbf{ML} \cdot \mathbf{T}^{-2}$
$\mathbf{q}^{(e)}$	Vektor aller auf das Element e wirkenden Lasten	$\mathbf{ML} \cdot \mathbf{T}^{-2}$
r	Dimensionierungsparameter des virtuellen Ausschnitts	\mathbf{L}

Symbol	Bedeutung	Dimension
$\mathbf{r}(\mathbf{u})$	zur virtuellen inneren Energie gehörende Kraft	$\text{ML} \cdot \text{T}^{-2}$
$\mathbf{r}(\mathbf{u}^{(k)})$	zur virtuellen inneren Energie gehörende Kraft zum Zeitpunkt k	$\text{ML} \cdot \text{T}^{-2}$
\mathbb{R}	Körper der reellen Zahlen	-
\mathbb{R}^+	Menge der positiven reellen Zahlen (≥ 0)	-
\mathbb{R}^d	d -dimensionaler euklidischer Vektorraum	-
R	Restglied bei der Reihenentwicklung des Gleichgewichtsfunktionals	$\text{ML} \cdot \text{T}^{-2}$
\mathbf{R}	Restgliedvektor bei der Reihenentwicklung des diskretisierten Gleichgewichts	$\text{ML} \cdot \text{T}^{-2}$
\mathcal{R}	Restglied bei der Potenzreihenentwicklung des Funktionals \mathcal{J}	$\dim(\mathcal{J})$
\mathbf{R}	Rodrigues-Rotationsmatrix	-
$\mathbf{R}^{(e)}$	Rodrigues-Rotation im Element e	-
s	Steilheit der effektiven Querkontraktionsfunktion	-
s	Substitutionsintegral der Rückwärtsintegration	T
\mathbf{S}	2. Piola-Kirchhoffscher Spannungstensor	$\text{M} \cdot \text{L}^{-1} \text{T}^{-2}$
${}^u\mathbf{S}$	2. Piola-Kirchhoffscher Spannungstensor in Abhängigkeit der Zustandslösung	$\text{M} \cdot \text{L}^{-1} \text{T}^{-2}$
$\mathbf{S}^{(e)}$	2. Piola-Kirchhoffscher Spannungstensor im Element e	$\text{M} \cdot \text{L}^{-1} \text{T}^{-2}$
t	Zeit	T
T	Endzeitpunkt, Gültigkeitsende des mechanischen Systems	T
T_ω	Schwingungsdauer der Eigenschwingung mit der Eigenkreisfrequenz ω	T
t	Parameter der Formvariation	L
T_t	parametrisierte Formvariation	L
$\mathcal{T}\mathcal{J}$	Topologische Ableitung des stetigen Funktionals \mathcal{J}	$\dim(\mathcal{J}) \cdot \text{L}^{-3}$

Symbol	Bedeutung	Dimension
\mathcal{T}_j	Topologische Ableitung des diskreten Funktionals j	$\dim(\mathcal{J}) \cdot \text{L}^{-3}$
\mathbf{u}	Verschiebung	L
\mathbf{u}_h	Lösung der homogenen Verschiebungsdifferentialgleichung	L
\mathbf{u}_p	Partikulärlösung der inhomogenen Verschiebungsdifferentialgleichung	L
$\hat{\mathbf{u}}$	Darstellung der Verschiebung im Basissystem der Eigenvektoren	L
\hat{u}_{k_c}	Amplitude des Kosinusteils der Eigenschwingung	L
\hat{u}_{k_s}	Amplitude des Sinusteils der Eigenschwingung	L
$\hat{\mathbf{u}}_{\text{Statik}}$	Verschiebung bei rein statischer Belastung ohne Berücksichtigung der Massenträgheit	L
$\mathbf{u}^{(e)}$	Beschreibung der Verschiebung im Element e	L
\mathbf{v}	Richtungsvektor zur Messung der Verschiebung	-
\mathbf{v}_t	Richtung der Formvariation	-
\mathbf{v}	Eigenvektor des Masse-Steifigkeitssystems $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}$	-
\mathbf{V}	Modalmatrix aus Eigenvektoren	-
$w_i^{(p)}$	Integrationsgewicht i der Quadratur der Elementansatzfunktionen	-
$w^{(k)}$	Integrationsgewicht der zeitlichen Integration für den k -ten Zeitschritt	T
\mathbf{w}	Spintensor	T^{-1}
\mathbf{X}, \mathbf{x}	Ortsvektoren in der Bezugs- und Momentankonfiguration	L
$\mathbf{X}^{(e)}, \mathbf{x}^{(e)}$	Beschreibung der Elementgeometrie des Elements e in der Bezugs- und Momentankonfiguration	L
$\mathbf{X}_{\mathcal{M}}$	Ortsvektor auf der Schalenmittelfläche	L
\mathbf{X}_0	Ortsvektor der Aussparung	L

Symbol	Bedeutung	Dimension
\mathbf{X}_*	Ortskoordinate des Messpunktes der Einzelpunktverschiebung	L
\mathbf{Y}	Ortsvektor in der Bezugskonfiguration	L
\mathcal{Z}^{loc}	lokales Zylinderkoordinatensystem	-
z	allg. Bezeichnung einer Funktion zur Erklärung der Schreibweisen	
z	innere Funktion des Funktionals \mathcal{J}	$\dim \mathcal{J} \cdot \text{L}^{-3} \text{T}^{-1}$
z	Dickenkoordinate der Schale	L
z	Höhenkoordinate des Zylinder-Koordinatensystems	L

Griechische Zeichen

Symbol	Bedeutung	Dimension
α_1	Konstante des Newmarkverfahrens	T^{-2}
α_1^*	Konstante des Newmarkverfahrens zur Lösung des adjungierten Endwertproblems	T^{-2}
α_2	Konstante des Newmarkverfahrens	T^{-1}
α_2^*	Konstante des Newmarkverfahrens zur Lösung des adjungierten Endwertproblems	T^{-1}
α_3	Konstante des Newmarkverfahrens	-
α_3^*	Konstante des Newmarkverfahrens zur Lösung des adjungierten Endwertproblems	-
α_4	Konstante des Newmarkverfahrens	T^{-1}
α_4^*	Konstante des Newmarkverfahrens zur Lösung des adjungierten Endwertproblems	T^{-1}
α_5	Konstante des Newmarkverfahrens	-
α_5^*	Konstante des Newmarkverfahrens zur Lösung des adjungierten Endwertproblems	-
α_6	Konstante des Newmarkverfahrens	T
α_6^*	Konstante des Newmarkverfahrens zur Lösung des adjungierten Endwertproblems	T

Symbol	Bedeutung	Dimension
β	Newmarkparameter der Verschiebung	-
γ	Newmarkparameter der Geschwindigkeit	-
γ_k	Abkürzung in der Balkeneigenform	-
Γ	Rand des Körpers Ω (Dimension $d - 1$)	-
Γ_N	Rand des Körpers mit aufgebrachten Spannungen (Neumannsche Randbedingung)	-
Γ_D	Rand des Körpers mit aufgebrachten Verschiebungen (Dirichletsche Randbedingung)	-
Γ_r	Rand des Ausschnitts $\Gamma_r = \partial c_r(\mathbf{X}_0)$	-
Γ_t	Rand des formvariierten Gebiets Ω_t	-
δ	Intervallgrenze für Formvariationsparameter t	L
δ_i^k	Kronecker-Delta	-
ϵ	Störung des Dimensionierungsparameters der Ausparung zur Bildung des Differenzenquotienten	L
ϵ_g	Toleranz des Kraftresiduums bei impliziter Zeitintegration	ML · T ⁻²
$\boldsymbol{\varepsilon}$	linearer Verzerrungstensor	-
$\varepsilon_{\text{eff}}^e$	Fließverzerrung	-
$\varepsilon_{\text{eff}}^{pl}$	effektive plastische Dehnung	-
$\lambda \boldsymbol{\varepsilon}$	linearisierter Verzerrungstensor der adjungierten Lösung	dim (\mathcal{J}) T · M ⁻¹ L ⁻²
Θ_i	konvektive Koordinate	-
θ	Rotationswinkel des Schalendirektors \mathbf{d} um die Rotationsachse $\frac{\boldsymbol{\theta}}{\ \boldsymbol{\theta}\ _2}$	-
θ_i	Rotationswinkel um die Achse \mathbf{e}_i	-
κ	räumliche „Eigenfrequenz“ des Balkens	L ⁻¹
λ	Eigenwert des Masse-Steifigkeitssystems $(\lambda^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \mathbf{v} = \mathbf{0}$	T ⁻¹
$\hat{\lambda}_c$	Amplitude des Kosinusteils der Eigenschwingung	L · T ⁻¹

Symbol	Bedeutung	Dimension
$\hat{\lambda}_k$	Amplitude der k -ten adjungierten Eigenschwingung	$L \cdot T^{-1}$
$\hat{\lambda}_s$	Amplitude des Sinusteils der Eigenschwingung	$L \cdot T^{-1}$
λ	Lösung der adjungierten Zustandsgleichung	$\dim(\mathcal{J}) T \cdot M^{-1} L^{-1}$
$\lambda^{(e)}$	Beschreibung der adjungierten Lösung im Element e	$\dim(\mathcal{J}) T \cdot M^{-1} L^{-1}$
Λ	Eigenform des Balkens	-
λ_u	Adjungierte des Verschiebungsfunktionals	$T \cdot M^{-1}$
λ_u^{lin}	Adjungierte des linearen Verschiebungsfunktionals	$T^2 \cdot M^{-1}$
λ_σ	Adjungierte der inneren Energie	$L \cdot T^{-1}$
$\lambda_\sigma^{\text{lin}}$	Adjungierte der Formänderungsenergie	L
λ_u	Lagrange-Multiplikator der Verschiebungsapproximation	$\dim(\mathcal{J}) \cdot L^{-1}$
λ_v	Lagrange-Multiplikator der Geschwindigkeitsapproximation	$\dim(\mathcal{J}) T \cdot L^{-1}$
$\tilde{\lambda}$	rückwärts geordnete adjungierte Lösung	$\dim(\mathcal{J}) T \cdot M^{-1} L^{-1}$
μ	Lamésche Konstante	$M \cdot L^{-1} T^{-2}$
ν	Querkontraktionszahl	-
$\nu_{(\text{EVZ})}$	Ersatz-Querkontraktionszahl des ebenen Verzerrungszustands	-
ν_{eff}	effektive Querkontraktion	-
$\nu_{\text{eff}(\text{ESZ})}$	interpolierte effektive Querkontraktion des ebenen Spannungszustands beim Übergang auf plastische Dehnung	-
$\nu_{\text{eff}(\text{EVZ})}$	interpolierte effektive Querkontraktion des ebenen Verzerrungszustands beim Übergang auf plastische Dehnung	-
$\nu'_{(\text{ESZ})}$	Platten-Faktor	-
$\bar{\nu}_{\text{eff}}$	durchschnittliche effektive Querkontraktion	-
$\bar{\nu}'$	durchschnittlicher Platten-Faktor	-
ξ_α	Flächenparameter der Schale	-

Symbol	Bedeutung	Dimension
ξ_3	Dickenparameter der Schale	-
ϱ	Dichte	$M \cdot L^{-3}$
σ	Cauchyscher Spannungstensor in der Momentankonfiguration	$M \cdot L^{-1}T^{-2}$
$\lambda\sigma$	Cauchyscher Spannungstensor der adjungierten Lösung	$\dim(\mathcal{J}) \cdot L^{-3}T$
$\tilde{\sigma}_{\alpha\beta(P)}$	Plattenspannungsanteil der Komponenten des Cauchyschen Spannungstensors	$M \cdot L^{-1}T^{-2}$
$\sigma_{\alpha\beta(S)}$	Scheibenspannungsanteil der Komponenten des Cauchyschen Spannungstensors	$M \cdot L^{-1}T^{-2}$
σ_0	einachsige außen angelegte Spannung	$M \cdot L^{-1}T^{-2}$
σ^*	maximale Umfangsspannung am Rand der Aussparung	$M \cdot L^{-1}T^{-2}$
σ_y	Fließgrenze	$M \cdot L^{-1}T^{-2}$
$\tilde{\sigma}_y$	zeitlich lokale Fließspannung	$M \cdot L^{-1}T^{-2}$
σ_H	Nennspannung	$M \cdot L^{-1}T^{-2}$
τ	äußere Spannungen in der Momentankonfiguration	$M \cdot L^{-1}T^{-2}$
τ	äußere Spannungen in der Bezugskonfiguration	$M \cdot L^{-1}T^{-2}$
φ	Umfangskordinate des Zylinder-Koordinatensystems	-
φ	Abbildung zwischen Bezugskonfiguration und Momentankonfiguration	L
φ_M	Konfigurationsabbildung der Schalenmittelfläche	L
ϕ_k	Phasenverschiebung der k -ten Eigenschwingung	-
ϕ	Testfunktion, bzw. virtuelle Verrückung	
$\phi^{(e)}$	Testfunktion im Element e	
ψ	Lamésche Konstante	$M \cdot L^{-1}T^{-2}$
$\psi_{(ESZ)}$	Lamésche Konstante des ebenen Spannungszustands	$M \cdot L^{-1}T^{-2}$
ω_k	k -te Eigenkreisfrequenz eines schwingenden Systems	T^{-1}

Symbol	Bedeutung	Dimension
$\boldsymbol{\omega}$	Vektor der Winkelgeschwindigkeiten der Rotation	T^{-1}
Ω	mechanischer Körper	-
Ω_r	mechanischer Körper mit Aussparung $\Omega_r = \Omega \setminus \overline{c_r(\mathbf{X}_0)}$	-
Ω_t	durch Formvariation variiertes Gebiet	-
Ω_{\square}	isoparametrisches Referenzelement	-
$\Omega^{(e)}$	finites Element e	-
$\partial\Omega^{(e)}$	Rand (Kante, bzw. Fläche) des finites Elements e	-
$\Omega^{(h)}$	Diskretisierung des Körpers Ω	-
$\partial\Omega^{(h)}$	Rand des diskretisierten Körpers	-