

# **Topologie- und Formoptimierung crashbeanspruchter Tiefziehblech-Bauteile**

## **Dissertation zur Erlangung eines Doktorgrades**

in der  
**Fakultät für Maschinenbau und Sicherheitstechnik**  
der  
**Bergischen Universität Wuppertal**



vorgelegt von  
**Philipp Clemens**  
aus Koblenz

Wuppertal 2024

Tag der mündlichen Prüfung: 13.02.2025



**Philipp Clemens**

**Topologie- und Formoptimierung crashbeanspruchter Tiefziehblech-Bauteile**

Dissertation, Bergische Universität Wuppertal,

Fakultät Maschinenbau und Sicherheitstechnik,

Lehrstuhl für Optimierung mechanischer Strukturen, 2024

**Kurzfassung**

In dieser Dissertation wird eine Optimierungsmethode vorgestellt, welche die effiziente Optimierung von crashbelasteten Tiefziehblech-Bauteilen ermöglicht. Die Optimierung wird in eine innere und eine äußere Schleife aufgeteilt. In der äußeren Schleife wird eine Crashberechnung durchgeführt. Die Kontaktkräfte, die in dieser Crashberechnung ermittelt werden, werden als Ersatzlastfälle für eine statisch lineare Betrachtung der Problemstellung genutzt. In der inneren Schleife wird für das so generierte statisch lineare Ersatzproblem eine gleichzeitige Form- und Topologieoptimierung mit der gradientenbasierten Dichtemethode durchgeführt. Das ermöglicht eine effiziente Optimierung der Problemstellung, wobei die statisch lineare Problemstellung nur noch eine Approximation der tatsächlichen Crashproblemstellung ist. Durch die Verwendung einer Fertigungsrestriktion ist das Ergebnis der inneren Schleife immer ein Blechentwurf ohne Hinterschneidungen in eine fest definierte Stempelrichtung. Um eine gleichzeitige Optimierung der Form- und Topologie durchführen zu können, wird in der inneren Schleife ein Voxel-Modell des Bauraums optimiert. Das Ergebnis dieser Optimierung wird anschließend in der äußeren Schleife automatisiert in ein Schalen-Modell überführt, bevor erneut eine Crashberechnung durchgeführt wird und sich die äußere Schleife schließt. Durch die äußere Schleife werden wiederholt die tatsächlichen Eigenschaften bei Crash ermittelt und so die Ergebnisse aus der inneren Schleife überprüft.

Die hier entwickelte Optimierungsmethode ist in der Lage, die Intrusion eines Impaktors bei einem Crashvorgang mit einem vertretbaren Rechenaufwand deutlich zu reduzieren, ohne dabei die Masse des Bauteils zu erhöhen. Das gelingt nicht bei allen untersuchten Modellen. Vor allem bei Startentwürfen, die bereits sehr gut sind, hat die Methode Schwierigkeiten weitere Verbesserungen zu erzielen. Als Ersatzzielfunktionen in der inneren Schleife eignen sich die Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit und die Maximierung der Beulsicherheit. Zum Stand dieser Arbeit ist die Methode auf die Reduktion der Intrusion beschränkt.

**Stichworte:** Strukturoptimierung; Form- und Topologieoptimierung; Crash; Tiefziehblech-Bauteile; Finite Elemente Methode; Intrusion

**Philipp Clemens**

## **Topology and Shape Optimization of Deep Draw Sheet Metal Parts in Crash**

PhD thesis, University of Wuppertal,  
School of Mechanical Engineering and Safety Engineering,  
Chair of Optimization of Mechanical Structures, 2024

### **Abstract**

In this dissertation, an optimization method is presented that enables the efficient optimization of deep-drawing sheet metal components subjected to crash loads. The optimization is divided into an inner and an outer loop. In the outer loop, a crash calculation is performed. The contact forces determined in this crash calculation are used as substitute load cases for a static linear analysis of the problem. In the inner loop, a simultaneous shape and topology optimization using the gradient-based density method is performed for the generated static linear substitute problem. This enables an efficient optimization of the structure with the static linear analysis approximating the real structural behavior. By using a manufacturing restriction, the result of the inner loop is always a sheet metal design without undercuts in a fixed stamping direction. To perform simultaneous shape and topology optimization, a voxel model of the design space is optimized in the inner loop. The result of this optimization is then automatically transferred to a shell model in the outer loop, before another crash calculation is performed and the process repeats. Through the outer loop, the actual crash properties are repeatedly determined, thereby verifying the results from the inner loop.

The optimization method developed here is capable of significantly reducing the intrusion of an impactor during a crash event with a reasonable computational effort, without increasing the mass of the component. However, this is not successful with all models studied. Particularly with initial designs that are already very good, the method has difficulty achieving further improvements. Suitable substitute objective functions in the inner loop include the minimization of the mean compliance and the maximization of the buckling safety. As of the current state of this work, the optimization method developed here is limited to the reduction of intrusion.

**Keywords:** Structural Optimization; Shape and Topology Optimization; Crash; Deep-Drawn Sheet Metal Components; Finite Element Method; Intrusion

## Danksagung

Ein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater, Prof. Dr.-Ing. Axel Schumacher. Danke für die vielen konstruktiven fachlichen Diskussionen, deine Unterstützung, auf die ich mich immer verlassen konnte, die kreative Freiheit, die du mir bei der Forschungsarbeit ermöglicht hast, und für deinen wachen, kritischen Blick auf Ergebnisse und Schlussfolgerungen. Danke, dass du mir stets mit Rat und Tat zur Seite gestanden hast.

Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger von der Technischen Universität München danke ich herzlich für die Übernahme des Zweitgutachtens.

Danke an alle Kollegen und ehemaligen Kollegen für eure ständige Hilfsbereitschaft und die stets sehr angenehme und vertrauensvolle Arbeitsatmosphäre am Lehrstuhl. Selbst wenn es mal für alle stressiger wurde, hat das Miteinander nach meinem Empfinden nie darunter gelitten. Ein besonderer Dank geht an meine Bürokollegin Dr.-Ing. Katrin Weider – danke für die vielen fachlichen Diskussionen und für deine Hilfe mit den Abläufen an Hochschule und Lehrstuhl, ohne die ich sicherlich hier und da gestolpert wäre. Ich habe mich immer auf deine Unterstützung verlassen dürfen, und es scheint kein fachliches Problem zu geben, bei dem du nicht helfen kannst. Danke an Dr.-Ing. Florian Beyer für dein stets offenes Ohr – die gemeinsamen Kaffeepausen vermissen ich bereits. Und danke, dass du so viel des Weges mit mir zusammen gegangen bist, vom Bachelorstudium bis hin zur Arbeit am Lehrstuhl.

Danke an alle Teilnehmer der externen Doktorandenrunde für die kritischen Fragen, fachlichen Diskussionen und die vielen Anregungen. Hier habe ich viele interessante Gedanken und wichtige Rückfragen mitnehmen dürfen.

Danke an Dr.-Ing. Robert Thume (geb. Dienemann) dafür, dass du immer Zeit für meine Fragen zur Software FET hattest, obwohl du bereits nicht mehr am Lehrstuhl gearbeitet hast.

Danke auch an alle meine Freunde, die mich in dieser Zeit gestützt haben, wenn es nötig war. Ich hoffe, dass ich euch in Zukunft ebenso eine Stütze sein kann, wann immer ihr mich braucht.

Zu guter Letzt: Vielen Dank an meine geliebten Eltern und meinen geliebten kleinen Bruder. Ihr wart und seid immer für mich da. Mit eurer Unterstützung klappt alles.



# Inhaltsverzeichnis

Abkürzungs- und Symbolverzeichnis .....	III
1. Einleitung.....	1
1.1 Problemstellung .....	1
1.2 Motivation und Zielsetzung.....	3
1.3 Konzeption.....	4
2. Grundlagen zur Optimierung von Crashstrukturen .....	7
2.1 Definition eines Optimierungsproblems.....	7
2.2 Aufbau einer Optimierungsprozedur .....	8
2.3 Grundlagen der Crashberechnung .....	9
2.3.1 Nicht-Linearitäten .....	9
2.3.2 Methode der Finiten Elemente .....	10
2.3.3 Simulation von dynamisch nicht-linearem Strukturverhalten.....	13
2.3.4 Kontaktmodellierung.....	14
2.4 Optimierungsalgorithmen.....	17
2.5 Die Dichtemethode zur Topologieoptimierung.....	21
3. Stand der Forschung zur Topologieoptimierung von crashbelasteten Bauteilen ...	23
3.1 Optimierung eines Ersatzproblems.....	23
3.2 Auf Profilstrukturen spezialisierte Verfahren .....	29
3.3 Sensitivitäten-Ermittlung bei dynamisch nicht-linearen Problemstellungen	32
3.4 Hybrider zellulärer Automat.....	33
3.5 Directional Evolutionary Structural Optimization .....	36
3.6 Weitere Optimierungsmethoden.....	37
3.7 Fazit .....	39
4. Fertigungsrestriktion zur einstufigen Tiefziehbarkeit .....	41
5. Optimierungsprozess der Topologie- und Formoptimierung crashbeanspruchter Tiefziehblech-Bauteile .....	45
5.1 Prinzipieller Ablauf .....	45
5.2 Folgen der Linearisierung und statischen Betrachtung .....	49
5.3 Ein Beispiel von Eingangsdaten für den NOCS-Prozess .....	50
6. Innere Schleife des Optimierungsprozesses .....	53
6.1 Ablauf der inneren Schleife.....	53
6.2 Beispiel einer Topologieoptimierung mit Tiefziehrestriktion.....	56
7. Äußere Schleife des Optimierungsprozesses.....	61
7.1 Crashberechnung .....	61

7.2	Generierung von Lastfällen für die innere Schleife.....	61
7.2.1	Prinzipielle Vorgehensweise .....	61
7.2.2	Auswahl der Zeitpunkte zur Lastfall-Generierung.....	63
7.3	Überführung vom Voxel-Ergebnis zum Schalen-Modell.....	65
7.4	Konvergenzverhalten der äußeren Schleife .....	67
7.5	Zielfunktionen in der äußeren Schleife.....	68
8.	Praktische Anwendungen.....	71
8.1	Untersuchte Modelle.....	71
8.1.1	Schalen-Modell „Biegung“.....	71
8.1.2	Schalen-Modell „Torsion“.....	72
8.1.3	Schalen-Modell „Seitlich“ .....	76
8.1.4	Schalen-Modell „Frontal“.....	77
8.1.5	Schalen-Modell „Seitlich mit Barriere“ .....	78
8.1.6	Schalen-Modell „Schubfeld“.....	79
8.2	Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit in der inneren Schleife.....	83
8.2.1	Ergebnisse für das Modell „Biegung“.....	84
8.2.2	Ergebnisse für das Modell „Torsion“ .....	92
8.2.3	Ergebnisse für das Modell „Seitlich“ .....	96
8.2.4	Ergebnisse für das Modell „Frontal“ .....	102
8.2.5	Ergebnisse für das Modell „Seitlich mit Barriere“ .....	106
8.2.6	Ergebnisse für das Modell „Schubfeld“ .....	110
8.3	Untersuchung zu unterschiedlichen Belastungsrichtungen .....	114
8.4	Maximierung der Beulsicherheit in der inneren Schleife .....	122
8.4.1	Definition der Optimierungsaufgabe .....	122
8.4.2	Ergebnisse für das Modell „Seitlich“ .....	123
8.4.3	Ergebnisse für das Modell „Frontal“ .....	125
8.5	Diskussion zu möglichen Abbruchkriterien .....	127
8.6	Zusammenfassung anwendungsbezogener Erkenntnisse .....	130
9.	Zusammenfassung und Ausblick .....	133
9.1	Das Wichtigste zu NOCS .....	133
9.2	Grenzen der Methode.....	133
9.3	Perspektiven zur Weiterentwicklung der Methode.....	134
	Literaturverzeichnis.....	139
	Vorveröffentlichungen .....	146

## Abkürzungs- und Symbolverzeichnis

### Abkürzungen

<i>BESO</i>	Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization
<i>CAD</i>	Computer Aided Design
<i>EA</i>	Evolutionärer Algorithmus
<i>EA-LSM</i>	Evolutionary Level Set Method
<i>ESD</i>	Equivalent Static Displacements method for contact force optimization
<i>ESL</i>	Equivalent Static Loads
<i>ESLM</i>	Equivalent Static Loads Method
<i>ESLSO</i>	Equivalent Static Loads method for non-linear static response Structural Optimization
<i>ESO</i>	Directional Evolutionary Structural Optimization
<i>FE</i>	Finite Elemente
<i>FEM</i>	Finite Elemente Methode
<i>GHT</i>	Graphen- und Heuristik basierte Topologieoptimierung
<i>HCA</i>	Hybrid Cellular Automaton
<i>KG-LSM</i>	Kriging-assisted Topology Optimization
<i>KI</i>	Künstliche Intelligenz
<i>SIMP</i>	Solid Isotropic Material with Penalization
<i>MMA</i>	Method of Moving Asymptotes
<i>MOR</i>	Model Order Reduction
<i>NOCS</i>	Nested Optimization of Crash-loaded Shell-components

## Lateinische Zeichen

$A$	Fläche
$b_c$	Aktuelle Zielwandstärke für die Fertigungsrestriktion
$b_f$	Finale Zielwandstärke für die Fertigungsrestriktion
$c_c$	Kontaktsteifigkeit
$C$	Mittlere Nachgiebigkeit
$\mathbf{C}$	Dämpfungsmatrix
$d$	Aktuelle Iteration
$E$	Elastizitätsmodul
$E_i$	Elastizitätsmodul des Elements $i$
$E_0$	Elastizitätsmodul des Grundmaterials
$f$	Zielfunktion
$f_i$	Zielfunktion aus der Iteration $i$
$\mathbf{f}$	Lastenvektor
$\mathbf{f}_c$	Komponentenvektor der Kontaktkraft
$\mathbf{f}_{\text{ESL}}$	Vektor der Equivalent Static Loads
$g_c$	Eindringtiefe bei Kontaktereignis
$\mathbf{g}$	Vektor der Ungleichheitsrestriktionen
$\mathbf{h}$	Vektor der Gleichheitsrestriktionen
$K$	Kompressionsmodul
$\mathbf{K}$	Steifigkeitsmatrix
$\mathbf{K}_L$	Lineare Steifigkeitsmatrix
$m$	Masse
$\mathbf{M}$	Massenmatrix
$\mathbf{n}$	Normalenvektor der Segmentfläche
$P_{\text{Scale}}$	Skalierungsfaktor
$s$	Bestrafungsexponent
$t$	Zeitpunkt
$T_j$	Beulsicherheit zu $j$ -ten Eigenwert
$T_{\text{krit}}$	Beulkriterium
$u_i$	Knotenverschiebung des Knoten $i$
$\mathbf{u}$	Vektor der Knotenverschiebungen
$\dot{\mathbf{u}}$	Vektor der Knotengeschwindigkeiten
$\ddot{\mathbf{u}}$	Vektor der Knotenbeschleunigungen
$\mathbf{u}_{(t)}$	Vektor der Knotenverschiebungen zum Zeitpunkt $t$
$v$	Normiertes Volumen
$V$	Volumen

---

$V_0$	Grundvolumen
$w$	Gewichtungsfaktor
$x_i$	Entwurfsvariable des Elements $i$
$\tilde{x}$	Elementdichte
$\tilde{x}_i$	Elementdichte des Elements $i$
$x_{\min}$	Mindestwert der Entwurfsvariablen $x_i$ bei der Dichtemethode
$\tilde{x}_0$	Dichte des Vollmaterials
$\boldsymbol{x}$	Vektor der Entwurfsvariablen

**Griechische Zeichen**

$\xi_i$	Position in Stempelrichtung des Elements $i$
$\xi_m$	Mittelflächenposition in Stempelrichtung
$\xi_{mj}$	Mittelflächenposition in Stempelrichtung der Säule $j$
$\tau$	Anzahl der von der Betrachtung ausgeschlossenen Iterationen
$\varphi_j$	Eigenform zum $j$ -ten Eigenwert
$\psi_j$	$j$ -ter Eigenwert

# 1. Einleitung

## 1.1 Problemstellung

Die Entwicklung von Bauteilen, bei denen strukturmechanisch sowohl das dynamische als auch das nicht-lineare Verhalten beachtet werden müssen, kann herausfordernd sein. Industriell relevante Beispiele, bei denen das nicht-lineare und dynamische Verhalten entscheidend ist, sind Bauteile zur Erhöhung der Crashesicherheit von Fahrzeugen und Flugzeugen. Zur Entwicklung dieser Bauteile kommen häufig die Verfahren des *Computer Aided Engineering* zum Einsatz. Die mechanischen Eigenschaften eines Bauteils unter Belastung können in einer Computersimulation mittels der Finiten Elemente Methode (FEM) ermittelt werden. Die erforderlichen Berechnungen für eine Simulation sind bei Crash deutlich aufwändiger als die Simulation mit linearen Annahmen und einer statischen Betrachtung. Es ist daher besonders bei der Entwicklung von Crash-Bauteilen erstrebenswert die Anzahl der erforderlichen Simulationen klein zu halten. Wichtige Ziele bei der Bauteilentwicklung sind die Erfüllung der mechanischen Anforderungen, geringer Materialeinsatz und die Anwendbarkeit einer möglichst günstigen Fertigungsweise. Bei statischen Anwendungen sind die Steifigkeit, Festigkeit, Robustheit, Beulsicherheit und Spannungsverteilung wichtige Eigenschaften. Bei dynamisch beanspruchten Bauteilen kommen Frequenzverhalten und Dauerfestigkeit hinzu. Bei Bauteilen die im Crash eingesetzt werden, muss außerdem das Verhalten bei großen Deformationen und Intrusionen, auftretende Beschleunigungen oder die Energieaufnahme an den Einsatzzweck angepasst werden. Der Vorteil eines Computermodells ist, dass dieses leicht verändert werden kann und die anschließende Simulation günstiger als ein Realversuch ist.

Ein\*e erfahrene\*r Ingenieur\*in kann durch händische Entwürfe und den dazugehörigen Ergebnissen aus den Simulationen zu einem guten Entwurf gelangen. Bei komplexen Strukturen, wie in Kraftfahrzeugen, sind hiermit jedoch in vielen Fällen ein erheblicher Arbeitsaufwand und eine große Zahl erforderlicher Simulationen verbunden. Mit der Strukturoptimierung als Entwicklungswerkzeug kann dem/der Ingenieur\*in Arbeit abgenommen werden und nicht selten ein besserer Bauteilentwurf gefunden werden, als es für den/die Ingenieur\*in mit vertretbarem Arbeitsaufwand möglich gewesen wäre. Viele der etablierten Verfahren der Strukturoptimierung sind allerdings nicht bei der Bauteilentwicklung im Crash anwendbar. Für eine statische, lineare Betrachtungsweise existieren sowohl effektive als auch effiziente Verfahren

zur Optimierung. Sowohl für die Zielfunktion als auch die Restriktionsfunktionen können hier mit vertretbarem Aufwand Sensitivitäten berechnet werden. Dies gilt auch bei einer hohen Anzahl von Entwurfsvariablen. Mit diesen Sensitivitäten ist es möglich ein Optimum im Umfeld des Startentwurfs effizient zu finden, da eine Richtung bekannt ist, in welche die Entwurfsvariablen hierzu verändert werden müssen. Ist eine statisch lineare Betrachtungsweise nicht möglich, wird die Bestimmung von Sensitivitäten aufwändig. Ist die Bestimmung der Sensitivitäten zu aufwändig hat die Anzahl der Entwurfsvariablen in einer Optimierung eines Crash-Bauteils einen erheblichen Einfluss auf den Rechenaufwand. Bei einer geringen Menge an Entwurfsvariablen können Versuchspläne aufgestellt werden, um den Entwurfsraum abzutasten und so Ergebnisse erzielt werden. Ab einer gewissen Größe des Entwurfsraums und bei hohem Rechenaufwand für jede einzelne Simulation ist eine solche Herangehensweise jedoch nicht sinnvoll, weil der Rechenaufwand zu hoch wird.

Die Strukturoptimierungsaufgaben können in die folgenden drei übergeordneten Klassen unterteilt werden; die Dimensionierung, die Formoptimierung und die Topologieoptimierung (Schumacher 2020). Diese verschiedenen Klassen von Optimierungsaufgaben erfordern typischerweise unterschiedliche Mengen an Entwurfsvariablen. Bei der Dimensionierung wird weder die Form noch die Topologie des Bauteils verändert. Sie ist darauf beschränkt, Größen wie Blechdicken oder die Durchmesser einzelner Querschnitte zu optimieren. Das führt in den meisten Fällen zu einer vergleichsweise geringen Anzahl an Entwurfsvariablen. Formoptimierungen können entweder direkt Finite-Elemente-Netz basiert oder mit einem parametrisierten *Computer Aided Design* (CAD) Modell durchgeführt werden. Bei ersterem sind es die Positionen der Knoten der Finiten Elemente (FE) die zu Entwurfsvariablen werden. Dabei muss es sich bei einer Entwurfsvariablen aber nicht immer um nur die Position eines einzelnen Knoten handeln, es können auch mehrere Knoten zu einer Entwurfsvariablen gruppiert werden. Die Verschiebung der Knoten innerhalb solcher Gruppen müssen gekoppelt werden, damit sinnvolle Formänderungen durch die Verschiebung der Knoten entstehen. Für die Definition solcher Kopplungen können *Morphing-Tools* (wie z. B. *HyperMorph*<sup>®</sup> von Altair) genutzt werden, die diese Arbeit deutlich erleichtern. Bei der CAD-basierten Formoptimierung wird ein parametrisiertes CAD-Modell aufgebaut, und diese Parameter werden als Entwurfsvariablen genutzt. Bei einer knotenbasierten Formoptimierung ist die Anzahl der Entwurfsvariablen in der Regel um ein Vielfaches höher als bei einer Dimensionierung. Bei einer CAD-basierten Formoptimierung ist die Anzahl der Entwurfsvariablen im Vergleich zur knotenbasierten Formoptimierung typischerweise deutlich kleiner. Die Anzahl von Entwurfsvariablen,

die bei der Topologieoptimierung gebraucht wird, ist in den meisten Fällen mit Abstand am größten. Das wohl etablierteste Verfahren der Topologieoptimierung teilt den Entwurfsraum in viele Bereiche auf (Bendsøe und Kikuchi 1988; Bendsøe und Sigmund 2011). Für jeden dieser Bereiche wird entschieden, ob dort Material sein soll oder nicht. Üblicherweise werden diese Bereiche über die Finiten Elemente (FE) definiert, es können aber auch andere Geometrien genutzt werden. Damit ist jedem FE, das Teil des Entwurfsraums ist, bei der Topologieoptimierung auch (mindestens) eine Entwurfsvariable zugeordnet. Die Zahl an Entwurfsvariablen ist bei feinen und praktisch relevanten Netzen grundsätzlich sehr groß. Für Crashprobleme sind Sensitivitäten nur mit hohem Aufwand bestimmbar. Deshalb ist die Topologieoptimierung für Bauteile, die im Bereich Crash eingesetzt werden sollen, aufgrund der hohen Anzahl an Entwurfsvariablen besonders schwierig. Die effiziente Topologieoptimierung von crashbeanspruchten Bauteilen ist eine Herausforderung. Numerische Optimierungsverfahren, die statische oder lineare Annahmen voraussetzen, können daher bei Crash nicht direkt auf die Problemstellung angewendet werden. Dazu zählen viele der etablierten und effizienten Optimierungsverfahren, wie die gradientenbasierte Dichtemethode (Bendsøe und Sigmund 2011) zur Topologieoptimierung.

Bauteile für den Crash bestehen fast immer aus Blechen und diese werden für die FE-Berechnung üblicherweise mit Schalen-Elementen vernetzt. Die Anzahl der Freiheitsgrade bei einer Abbildung mit 3D-Elementen, wie Tetra- oder Hexaeder FE, ist sehr viel höher als bei einer Abbildung mit Schalen-Elementen, was den Rechenaufwand in die Höhe treibt. Daher ist eine Diskretisierung mit Schalenelementen bei der Crashberechnung erstrebenswert. Im Gegensatz zu einer Formoptimierung, bei der die Änderung der Struktur über ein parametrisches CAD-Modell gesteuert wird, kann eine Topologieoptimierung eines Schalenmodells, die darüber entscheidet, welche Elemente beibehalten werden, die Form der Struktur nicht verändern. Es werden nur Löcher in die Schalenstruktur eingebracht. Für eine gleichzeitige Form- und Topologieoptimierung sind erweiterte Methoden erforderlich.

## 1.2 Motivation und Zielsetzung

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer Optimierungsmethode für Tiefziehbauteile im Crash, die die Vorteile der statisch linearen Berechnung nutzt, um effizient zu sein. Die Methode soll eine gleichzeitige Form- und Topologieoptimierung von Tiefziehbauteilen bei Crashberechnungen mit Schalenelementen ermöglichen. Die Form- und Topologieoptimierung wird statisch linear für das dynamisch nicht-lineare Problem durchgeführt, indem Ersatzlastfälle ermittelt werden. Diese Ersatzlastfälle

sollen einen Zusammenhang zum tatsächlichen, nicht-linearen dynamischen Verhalten aufweisen und in der linearen statischen Optimierung dieses Verhalten repräsentieren. Auf diese Weise werden effiziente Optimierungsverfahren, die auf der Nutzung von Sensitivitäten für Ziel- und Restriktionsfunktionen basieren, einsetzbar. Dazu wird die Optimierung in eine äußere und eine innere Schleife unterteilt. Die äußere Schleife bestimmt das Verhalten bei nicht-linearer dynamischer Betrachtung der Schalen-Modelle, die innere Schleife bildet die lineare statische Topologieoptimierung eines Voxel-Modells. Voxel (Wortkombination aus den englischen Wörtern *volume* und *element*, analog zu Pixel) sind Würfelemente mit 8 Knoten, einen Knoten an jeder Ecke des Würfels. Diese grundsätzliche Vorgehensweise ist unter anderem von der „*Equivalent Static Loads Method*“ (Choi und Park 2002) bereits bekannt, auf welche im Kapitel 3 näher eingegangen wird. Neu ist die Art der Bestimmung der Ersatzlastfälle und die automatische Überführung von einem Voxel-Modell in ein Schalen-Modell im Kontext einer solchen Methode. Es werden die in der Crashberechnung ermittelten Kontaktkräfte zur Lastfallgenerierung in einer linearen Topologieoptimierung genutzt. Diese bieten den Vorteil, leicht bestimmbar zu sein, in überschaubarer Menge aufzutreten und vor allem einen physikalischen Zusammenhang zum Verhalten des Bauteils im Crash zu haben. Zu den grundlegenden Abläufen und dem Prinzip der hier entwickelten Methode gibt es eine Vorveröffentlichung (Clemens und Schumacher 2023a), in der zwei einfache Anwendungsbeispiele untersucht werden.

### **1.3 Konzeption**

In Kapitel 2 wird auf die Grundlagen zur Optimierung von Crashstrukturen eingegangen. Kapitel 3 fasst den Stand der Forschung zum Thema Topologieoptimierung von crashbelasteten Strukturen zusammen, ordnet die Arbeit in diesem Kontext ein und zeigt die Forschungslücke auf, zu deren Schließung diese Arbeit einen Beitrag leisten soll. Die für diese Arbeit wichtige Fertigungsrestriktion zur Tiefziehbarkeit (Diene mann 2018) wird in Kapitel 4 erläutert. In Kapitel 5 wird der grundlegende Ablauf der hier entwickelten Optimierungsmethode vorgestellt und auf die Folgen der Linearisierung in der inneren Schleife eingegangen. Darauf folgt in Kapitel 6 eine Erläuterung zum Ablauf der inneren Schleife und in Kapitel 7 der Ablauf der äußeren Schleife. In Kapitel 8 werden Optimierungsergebnisse, die mit dem entwickelten Optimierungsverfahren für verschiedene Modelle und Zielformulierungen erhalten worden sind, vorgestellt und diskutiert. Außerdem wird aufgezeigt wie ein Abbruchkriterium für diese Optimierungsmethode aussehen könnte. Zudem werden die aus den verschiedenen Optimierungsversuchen gewonnenen anwendungsbezogenen Erkenntnisse

zusammengefasst. Abschließend wird in Kapitel 9 eine Zusammenfassung der gewonnenen Erkenntnisse zur entwickelten Methode gegeben. Auch wird auf die Perspektiven zur Weiterentwicklung der Methode eingegangen.



## 2. Grundlagen zur Optimierung von Crashstrukturen

In diesem Kapitel wird auf die wichtigsten Grundlagen zur Optimierung mechanischer Strukturen eingegangen, bevor dann im nächsten Kapitel auf den Stand der Forschung zur Optimierung crashbelasteter Strukturen eingegangen wird. Diese Zusammenfassung orientiert sich in großen Teilen an den Lehrbüchern „Optimierung mechanischer Strukturen“ von Axel Schumacher (Schumacher 2020) und „Strukturoptimierung“ von Lothar Harzheim (Harzheim 2019).

### 2.1 Definition eines Optimierungsproblems

Durch die Optimierung soll eine Zielfunktion minimiert oder maximiert werden, und erforderliche Restriktionen sollen eingehalten werden. Unter einer Zielfunktion ist hier eine mathematische Formulierung eines oder mehrerer Konstruktionsziele zu verstehen. Eine Restriktion ist im Kontext der Strukturoptimierung eine mathematisch formulierte Forderung an die Konstruktion. Die Zielfunktion und die Restriktionen hängen von dem Einsatzzweck der zu optimierenden Struktur ab. Aus dem Einsatzzweck resultiert, wie wichtig welche der verschiedenen Eigenschaften der Struktur ist, und wie die Belastungen und Randbedingungen des Gesamtsystems aussehen. Für praktische Aufgabenstellungen kann bei der Strukturoptimierung davon ausgegangen werden, dass es keinen universell besten Entwurf gibt. Bei Komponenten von mobilen Anwendungen ist beispielsweise die Masse von hoher Bedeutung, da die Trägheit des Gesamtsystems zur Energieeinsparung gering zu halten ist. Bei stationären Anwendungen reduziert sich die Bedeutung der Masse meist auf die Material- und Transportkosten, und andere Eigenschaften werden im Vergleich eventuell wichtiger. Bei der Optimierung von Komponenten für mobile Systeme ist die Masse aufgrund ihrer Bedeutung eine häufig gewählte Zielfunktion. Neben einer geringen Masse muss eine Komponente aber immer auch eine oder mehrere Aufgaben erfüllen. Hier können dann Restriktionen in der Optimierungsdefinition genutzt werden, beispielsweise um mindestens eine ausreichende Steifigkeit oder Beulsicherheit für die gegebene Anwendung aufzuweisen. Die Minimierung der Masse ohne Restriktionen ist ein triviales Problem.

Es kann zwischen Gleichheitsrestriktionen, bei denen ein bestimmter Wert erreicht werden soll, und Ungleichheitsrestriktionen, bei denen ein Wert nicht unter- oder überschritten werden soll, unterschieden werden. Ein Optimierungsproblem mit  $n$  Entwurfsvariablen,  $m$  Ungleichheitsrestriktionen und  $q$  Gleichheitsrestriktionen kann allgemein wie folgt formuliert werden (Harzheim 2019):

$$\min f(\mathbf{x}) \tag{2.1}$$

sodass

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0; \quad j = 1, \dots, m \tag{2.2}$$

$$h_k(\mathbf{x}) = 0; \quad k = 1, \dots, q \tag{2.3}$$

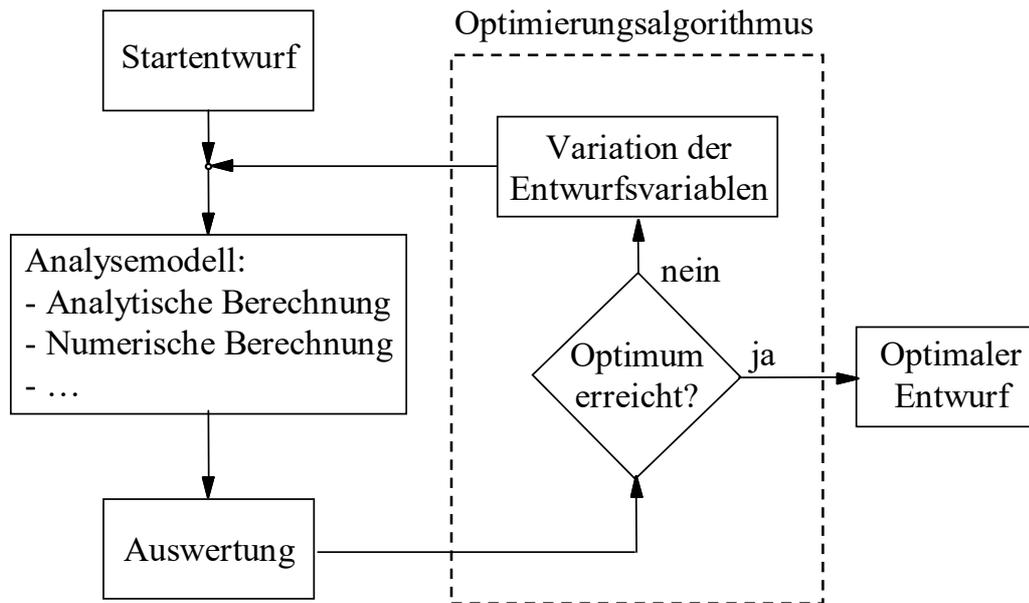
$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U; \quad i = 1, \dots, n. \tag{2.4}$$

Die untere Grenze  $x_i^L$  und obere Grenze  $x_i^U$  der Entwurfsvariablen sind Nebenbedingungen. Die Formulierung kann immer so gewählt werden, dass die Zielfunktion  $f$  minimiert wird. Soll die Zielfunktion stattdessen maximiert werden, wird einfach das Vorzeichen der Zielfunktion umgedreht. Im Kontext der Strukturoptimierung sind die Ziel- und Restriktionsfunktionen entweder Strukturantworten oder eine Eigenschaft der Struktur wie die Masse oder das Volumen. Eine Strukturantwort ist die Reaktion der Struktur auf eine äußere Belastung wie Verschiebungen, Dehnungen oder Spannungen. Im Bereich Crash sind noch weitere Ziel- und Restriktionsfunktionen relevant. Dazu gehören die Energieabsorption die eine Struktur im Crash leistet und die Einhaltung von Kraftniveaus um bestimmte Strukturen zu schützen. Zu schützende Strukturen können beispielsweise die Fahrgastzelle sein oder Strukturen, die erst bei Kollisionen mit höheren Geschwindigkeiten kaputt gehen sollen um die Reparaturkosten gering zu halten. Wichtig zum Schutz der Insassen ist auch, dass die Beschleunigung die diese bei einer Kollision erfahren nicht zu groß wird. Wie groß die Beschleunigung werden darf hängt bis zu einer gewissen Höhe dieser außerdem von der Dauer ihrer Wirkung ab. Dazu können spezielle Sicherheitskriterien kommen, wie beispielsweise der Schutz von Batterien in elektrisch angetriebenen Fahrzeugen vor Explosion.

## 2.2 Aufbau einer Optimierungsprozedur

Für die Strukturoptimierung sind mindestens folgende Komponenten erforderlich: ein Analysemodell (auch Simulationsmodell genannt), ein Optimierungsalgorithmus und ein Optimierungsmodell. Das Analysemodell liefert die Strukturantworten in Abhängigkeit der Entwurfsvariablen. Der Optimierungsalgorithmus variiert basierend auf den Strukturantworten die Entwurfsvariablen. Mit dem Optimierungsmodell werden die Ziele und Restriktionen der Optimierung festgelegt. Dieses kann als Kopplung von Analysemodell und Optimierungsalgorithmus verstanden werden. In Abbildung 2-1 ist der grundsätzliche Ablauf einer Optimierungsprozedur dargestellt. Für die Optimierung ist ein Startentwurf erforderlich, um die initialen Eigenschaften durch

Berechnung des Analysemodells bestimmen zu können. Diese werden ausgewertet, und wenn möglich wird ein Optimalitätskriterium oder gegebenenfalls ein Konvergenz- oder Abbruchkriterium geprüft. Folgt daraus nicht das Beenden des Prozesses, werden anschließend die Entwurfsvariablen verändert. Mit der erneuten Auswertung des Analysemodells nach der Veränderung der Entwurfsvariablen schließt sich eine Schleife, die solange wiederholt wird, bis ein Kriterium zum Beenden der Prozedur erfüllt ist.



**Abbildung 2-1:** Optimierungsschleife, aus (Schumacher 2020)

Ein so einfacher Ablauf wie in Abbildung 2-1 ist für viele Problemstellungen nicht ausreichend. Dann muss der Ablauf um entsprechende Elemente erweitert werden. Sollen beispielsweise Ziel- und Restriktionsfunktionen aus verschiedenen Disziplinen berücksichtigt werden, wird der Ablauf schnell aufwändiger. Das Grundprinzip bleibt aber in den meisten Fällen wie hier dargestellt. Auch für die in dieser Dissertation erarbeitete Methode wird auf diesem grundlegenden Ablauf aufgebaut und dieser um weitere Bausteine erweitert.

## 2.3 Grundlagen der Crashberechnung

### 2.3.1 Nicht-Linearitäten

Das für eine Optimierung benötigte Analysemodell ist in dieser Dissertation immer ein Finite-Elemente-Modell zur Ermittlung des mechanischen Strukturverhaltens, das von einem *Solver* gelöst wird. Grundsätzlich kann zwischen folgenden Simulationsarten unterschieden werden:

- statische lineare Simulation
- statische nicht-lineare Simulation
- dynamische lineare Simulation
- dynamische nicht-lineare Simulation

Zur Crashberechnung ist eine dynamisch nicht-lineare Simulation erforderlich, wie im Folgenden deutlich werden wird. Als *Solver* werden in dieser Arbeit für die Crashberechnungen die *Software* LS-Dyna® und für statisch lineare Problemstellungen die *Software* OptiStruct® verwendet. Bei einer statischen Simulation wird ein einzelner Punkt in der Zeit betrachtet, bei einer dynamischen Simulation ein Zeitraum. Ist ein nicht vernachlässigbares nicht-lineares Verhalten zu erwarten, muss eine nicht-lineare Simulation durchgeführt werden. Nichtlinearität kann aus

- geometrischer Nichtlinearität,
- physikalischer Nichtlinearität
- oder Randbedingungen

resultieren (Wriggers 2013). Geometrische Nichtlinearität liegt bei großen Deformationen und Verzerrungen oder bei Verzweigungsproblemen vor. Große Verschiebungen können z. B. durch große Kräfte hervorgerufen werden oder durch leicht deformierbare Strukturen, beispielweise bei Biegebelastungen mit einem sehr großen Hebelarm. Ein Verzweigungsproblem liegt vor, wenn die Lösung nicht eindeutig ist, was beispielsweise bei Stabilitätsproblemen passieren kann. Eine weitere Quelle für geometrische Nichtlinearitäten sind Durchschlagprobleme, bei denen Systeme die Traglast erreichen und auf demselben Last-Verschiebungspfad von einem stabilen in einen instabilen Zustand übergehen.

Physikalische Nichtlinearität hat ihren Ursprung meistens im Materialverhalten, wenn z. B. die Beziehung zwischen Spannung und Dehnung nicht mehr linear ist. Das ist der Fall, wenn der rein elastische Bereich der Spannungs-Dehnungskurve verlassen wird. Ein typisches Beispiel für Nichtlinearität resultierend aus Randbedingungen ist, wenn Kontakt auftritt. Bei Kontakt ändern sich Belastungen schlagartig, was zu einer Nicht-Linearität führt.

### **2.3.2 Methode der Finiten Elemente**

Die FEM wird in dieser Dissertation sowohl für die statisch linearen Modelle innerhalb der Topologieoptimierung als auch für die dynamischen nicht-linearen Analysen der Schalen-Modelle im Crash eingesetzt. Eine Besonderheit der FEM ist ihre Möglichkeit

zur formalisierten Analyse von Strukturen theoretisch jeder Form. Die zu analysierende Struktur wird dabei in einzelne Bereiche, die Finiten Elemente, unterteilt. Dieser Vorgang wird Diskretisierung oder Vernetzung genannt. Eine Einschränkung aus pragmatischen Gründen für die Form der Struktur ist, dass diese gut vernetzbar sein muss. Durch diese Unterteilung der Struktur wird es mit der FEM möglich, ausreichend genaue Näherungslösungen des Strukturverhaltens numerisch zu bestimmen. Das Ergebnis wird mit feiner werdender Vernetzung in den meisten Fällen genauer. Gleichzeitig steigt mit einer feineren Vernetzung auch die Anzahl der Freiheitsgrade und damit der Rechenaufwand zur Lösung des resultierenden Gleichungssystems. Die einzelnen Elemente sind geometrisch durch ihre Knoten und die Verbindungen zwischen diesen Knoten definiert. Je nach Element-Art und -Typ ergibt sich eine andere Knotenzahl für das jeweilige Element. Benachbarte Elemente können sich Knoten teilen und sind somit miteinander verbunden. Mit der FEM kann für jeden Knoten der Struktur eine Verschiebung bestimmt werden, sofern Kräfte, Randbedingungen und die Steifigkeitsmatrix der Struktur bekannt sind. Kräfte und Randbedingungen ergeben sich dabei direkt aus dem untersuchten System. Zur Bestimmung der Steifigkeitsmatrix der Struktur wird im ersten Schritt nach der Vernetzung für jedes der Elemente eine eigene Steifigkeitsmatrix aufgestellt, die man Element-Steifigkeitsmatrix nennt. Die Größe der Element-Steifigkeitsmatrix hängt von der Anzahl der Knoten des jeweiligen Elements  $i$  und der Anzahl Freiheitsgrade dieser Knoten ab. Die Aufstellung einer Element-Steifigkeitsmatrix erfolgt als integraler Ausdruck über das Element-Volumen. Hierzu müssen Ansatzfunktionen, die die Verschiebung im Element auf der Grundlage der Knotenverschiebungen des Elements beschreiben und eine Materialmatrix festgelegt werden. Die Materialmatrix muss in Abhängigkeit des erwarteten Spannungszustands gewählt werden (ebener Spannungszustand, räumlicher Spannungszustand, etc.) und enthält die erforderlichen Materialkennwerte wie z. B. den Elastizitätsmodul.

Sind die Element-Steifigkeitsmatrizen aufgestellt, werden diese zur Gesamt-Steifigkeitsmatrix zusammengesetzt, die im Folgenden nur Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  genannt wird. Dieser Vorgang wird Assemblierung genannt. Sind die Kräfte, Randbedingungen und die Steifigkeitsmatrix bekannt, kann für den statisch linearen Fall folgende Gleichung gelöst werden:

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}, \quad (2.5)$$

wobei  $\mathbf{u}$  der Vektor der Knotenverschiebungen und  $\mathbf{f}$  der Lastenvektor ist. Randbedingungen werden durch Anpassung der betreffenden Zeilen und Spalten in der

Steifigkeitsmatrix und den zugehörigen Einträgen in  $\mathbf{f}$  berücksichtigt. Durch Anwendung numerischer Methoden zur Gleichungslösung können nun die Knotenverschiebungen  $u_i$  bestimmt werden. Es ergeben sich schnell große Gleichungssysteme, weswegen numerische Verfahren und der Einsatz von Computern der einzige wirklich praktikable Weg zur Lösung dieser Gleichungssysteme ist. Mit den auf diese Weise bestimmten Verschiebungen lassen sich die Dehnungen und mit den Dehnungen die Spannungen numerisch bestimmen. Mit den bereits erwähnten Ansatzfunktionen der Elemente werden die Ergebnisse für die Bereiche zwischen den Knoten bestimmt. Lasten die keine Punktlasten sind, wie z. B. Flächenlasten müssen durch entsprechende Punktlasten auf den Knoten dargestellt werden. Neben der Berechnung der Verschiebungen, Dehnungen und Spannungen lassen sich mit der FEM auch Eigenfrequenzprobleme lösen oder eine Beulsicherheit bestimmen. Bei der Berechnung der linearen Beulsicherheit wird ein Faktor bestimmt, mit dem der Referenzlastfall multipliziert werden muss, damit ein Stabilitätsverlust auftritt. Zwar gehört zu diesem Stabilitätsverlust bei dem Referenzlastfall eine Beulform, es kann dabei aber keine Information darüber gewonnen werden, wie sich die Struktur nach dem Stabilitätsverlust verhält. Eigenschaften bei Crashproblemen, bei denen ein Stabilitätsverlust zu erwarten ist, können mit solchen linearen Methoden daher nicht ermittelt werden.

FE-Berechnungen unter statisch linearen Annahmen werden in dieser Arbeit bei der Topologieoptimierung durchgeführt. Zur Diskretisierung der Strukturen bzw. Bauräume werden dafür ausschließlich Voxel eingesetzt. Die in dieser Arbeit verwendeten Bauräume, also die Bereiche, in denen mit der Topologieoptimierung eine Materialverteilung bestimmt wird, lassen sich gut mit Voxeln diskretisieren, da keine Rundungen auftreten. Trotz der Form der Voxel können aber auch komplexere Geometrien mit diesen vernetzt werden. Die Voxel müssen dann nur ausreichend klein sein. Es werden lineare Ansatzfunktionen verwendet, die die Verschiebung innerhalb des Voxels beschreiben. Eine übersichtliche Beschreibung der Ansatzfunktionen der Voxel kann der Dissertation von Robert Dienemann (2018) entnommen werden, in deren Rahmen auch das in dieser Arbeit verwendete Programm zur Topologieoptimierung „Finite Element based Topology optimization“, kurz FET entstanden ist. Herleitungen der FEM finden sich beispielsweise in Büchern von Bathe (2014) und Rieg et al. (2019). Allgemein reicht aber das hier Beschriebene zum Nachvollziehen dieser Arbeit aus, es ist keine weitere Lektüre erforderlich.

### 2.3.3 Simulation von dynamisch nicht-linearem Strukturverhalten

Zur Simulation crashbelasteter Strukturen ist eine dynamische nicht-lineare FEM-Berechnung erforderlich. Im Folgenden wird diese kurz Crashberechnung genannt, da es in dieser Arbeit um Crashvorgänge geht, wenn dynamisch nicht-linear simuliert wird. Bei crashbelasteten Strukturen ist mit allen zuvor genannten Nichtlinearitäten zu rechnen. Es treten große Deformationen und Verzerrungen auf, es gibt häufig Verzweigungsprobleme, der lineare Bereich der Spannungs-Dehnungskurve wird verlassen und es gibt Kontakte zwischen den verschiedenen Strukturen und der Strukturen mit sich selbst. Außerdem muss zur Simulation eines Crashereignisses ein Zeitraum betrachtet werden. Aus diesen Gründen ist eine dynamische nicht-lineare Simulation erforderlich, um das Strukturverhalten bei Crash ausreichend genau erfassen zu können. Neben den Verschiebungen  $\mathbf{u}$  werden dazu auch die Geschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{u}}$  und Beschleunigungen  $\ddot{\mathbf{u}}$  der Knoten betrachtet. Hierzu wird die Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}(\mathbf{u})\mathbf{u} = \mathbf{f}(t) \quad (2.6)$$

gelöst und über die Zeit schrittweise in sog. Zeitschritten berechnet (Bathe 2014). Dabei ist  $\mathbf{M}$  die Massenmatrix und  $\mathbf{C}$  die Dämpfungsmatrix. Die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  ist nun, anders als bei der linearen Berechnung, auch von den Verschiebungen  $\mathbf{u}$  abhängig. Zur sukzessiven Berechnung über die Zeit gibt es zwei verbreite Vorgehensweisen, die explizite und die implizite Zeitintegration. Bei der expliziten Zeitintegration wird eine Zeitschrittgröße festgelegt und ausgehend vom Ausgangszustand immer zum nächsten Zeitpunkt gerechnet. Deshalb müssen bei der expliziten Zeitintegration die Zeitschritte immer ausreichend klein sein. Bei der impliziten Zeitintegration erhält man ein Gleichungssystem, das iterativ gelöst wird. Das ist, bezogen auf den einzelnen Zeitschritt, der gemacht wird, aufwändiger als bei der expliziten Zeitintegration, man ist dabei aber nicht auf sehr kleine Zeitschritte festgelegt. Wenn hochfrequentes Verhalten untersucht wird, müssen die Zeitschritte aber genügend klein sein, um dieses Verhalten erfassen zu können. Beim Crash hat man es mit plötzlichen Stößen und Spannungswellen zu tun, die zu hochfrequentem Verhalten führen, weshalb die explizite Zeitintegration in dem Bereich der Crashberechnung das gängigere Verfahren ist (Wriggers 2013).

In der Crashberechnung werden vor allem Schalenelemente verwendet. Auch die in dieser Arbeit in Crashberechnungen untersuchten Modelle sind mit Schalenelementen diskretisiert. Schalen sind Überlagerungen aus den Mechanismen von Platten und Scheiben. Platten können Lasten senkrecht zu ihrer Oberfläche tragen und Scheiben

Kräfte in ihrer eigenen Ebene aufnehmen. Durch die Überlagerung können Schalen sowohl Biege- als auch Membranspannungen abbilden. Im Gegensatz zu Platten und Scheiben können Schalen gekrümmt sein. Die in dieser Arbeit verwendete Schalenelement-Formulierung basiert auf der Reissner-Mindlinschen Plattentheorie. Für detaillierte Informationen zu Schalenformulierungen sei auf die Beschreibung in der Dissertation von Weider (2021) verwiesen. Schalenelemente sind für die Modellierung von Blechbauteilen gut geeignet, da mit den ausgefeilten FE-Techniken der kommerziellen Anbieter Schalen-Elemente verwendet werden können, bei denen die Anzahl der Freiheitsgrade im Vergleich zu Volumenelementen deutlich kleiner ausfällt. Das führt zu einem entsprechend geringeren Rechenaufwand. Jeder Knoten eines Schalenelements hat sechs Freiheitsgrade, bei Voxeln sind es drei. Jedoch hat jedes Voxel acht Knoten, ein Schalenelement nur drei oder vier Knoten. Um ein Blech zu modellieren, genügt bei Schalenelementen eine Vernetzung der Fläche mit einer einzelnen Schicht. Bei einer Diskretisierung mit Volumenelementen sind mehrere Schichten über die Blechdicke erforderlich, um Biegespannungen richtig zu erfassen. Dadurch steigt die Anzahl der Freiheitsgrade entsprechend an.

### **2.3.4 Kontaktmodellierung**

Dieses Unterkapitel orientiert sich in großen Teilen an Inhalten aus den Lehrbüchern von Wagner (2019) und Rust (2016). Bei der Crashberechnung treffen verschiedene Körper aufeinander. Es müssen die aus den jeweiligen Kontaktereignissen resultierenden Kräfte ermittelt und in der Berechnung berücksichtigt werden und die aufeinandertreffenden Körper davon abgehalten werden, sich zu durchdringen. Diese beiden Aspekte werden durch eine Kontaktmodellierung in die FE-Berechnung implementiert. Die Kontaktmodellierung umfasst im Wesentlichen die beiden Schritte

1. Kontakt detektieren und
2. Anwendung einer Kontaktformulierung

zur Ermittlung der Kontaktspannungen bzw. Kontaktkräfte. So wie die Knotenverschiebungen und die daraus resultierenden Strukturantworten bei dynamischen FE-Berechnungen für jeden Zeitpunkt berechnet werden, so wird auch die Kontaktberechnung für einzelne Zeitpunkte durchgeführt. Die Zeitschrittgröße der Kontaktmodellierung muss dabei nicht unbedingt der Zeitschrittgröße der dynamischen FE-Berechnung entsprechen. Ein FE-Modell ist ein diskretisiertes Geometriemodell. Die Geometrie wird nicht über geometrische Regelflächen oder über CAD-Parameter wie Splines beschrieben, sondern über die Finiten Elemente und

deren Knoten. Daher wird die Detektion von Kontakt knoten- und/oder segmentweise durchgeführt. Daraus ergeben sich die Kontaktdefinitionen

- Knoten-zu-Knoten,
- Knoten-zu-Segment und
- Segment-zu-Segment,

von denen in dieser Arbeit nur die beiden letzten Fälle verwendet werden. Neben der Detektion des Kontakts wird auch immer eine Eindringtiefe  $g_c$  ermittelt. Diese ist beim nachfolgenden Ermitteln der Kontaktkräfte von Bedeutung. Bei der Knoten-zu-Segment-Prüfung werden die Körper, zwischen denen der Kontakt geprüft werden soll, gepaart und einem Körper die Segment-Rolle und dem anderen die Knoten-Rolle zugewiesen. Der Körper mit der Segment-Rolle wird darauf geprüft, ob ein Knoten des Körpers mit der Knoten Rolle Kontakt zu einem seiner Segmente hat. Bei der Segment-zu-Segment-Prüfung werden die Körper gepaart und auf beiden Seiten segmentweise auf Kontakt geprüft. Das erfordert mehr Recheneinsatz als bei der Knoten-zu-Segment-Prüfung, kann aber im Vergleich zu dieser Vorteile bezüglich der Realitätsnähe der im Anschluss berechneten Kontaktspannungen bzw. Kontaktkräfte haben.

In den hier vorgestellten Crashberechnungen wird als Kontaktformulierung das Penalty-Verfahren genutzt. Wenn es zu Kontakt kommt, wird eine Kontaktkraft auf den durchdringenden Knoten aufgebracht. Bei Segmenten wird diese auf die Knoten des Segments aufgeteilt. Die Kontaktkraft  $f_c$  ist dabei proportional zur Eindringtiefe  $g_c$  des Kontaktereignisses und berechnet sich beim Penalty-Verfahren wie folgt (Wagner 2019):

$$\mathbf{f}_c = c_c g_c \mathbf{n}. \quad (2.7)$$

Zur Berechnung der Kontaktkraft  $f_c$  muss die Kontaktsteifigkeit  $c_c$  berechnet werden. Der Vektor  $\mathbf{n}$  ist orthogonal zur Segmentfläche an der der Kontakt stattfindet, und zeigt von dem Körper weg, zu dem das Segment gehört. Die Eindringtiefe bei Kontakt hat immer ein negatives Vorzeichen. Die Idee dieser Kontaktkraftberechnung kann mit der Vorstellung einer Feder verglichen werden, die den eindringenden Knoten wieder aus dem Segment „herauszieht“. Die Kontaktsteifigkeit  $c_c$  berechnet LS-Dyna<sup>®</sup> für Kontakte an Schalenelementen aus der Fläche  $A$  des Kontaktsegments, dem Kompressionsmodul  $K$  des Materials mit dem kleineren Kompressionsmodul (Standardeinstellung) und der größten Diagonalen des betreffenden Schalenelementes (LSTC 2006):

$$c_c = P_{\text{Scale}} \frac{A K}{\text{max. Diagonale}} \quad (2.8)$$

mit

$$P_{\text{Scale}} = 0,1$$

als voreingestelltem Standardwert. Der Skalierungsfaktor  $P_{\text{Scale}}$  resultiert aus verschiedenen Parametern, die es ermöglichen, unterschiedlich starke Skalierungen für die Knoten-Rolle und die Segment-Rolle festzulegen. Der Skalierungsfaktor  $P_{\text{Scale}}$  dient vor allem dazu, dem/der Anwender\*in eine Möglichkeit zur Einflussnahme auf die Berechnung zu geben und bei unrealistischem Verhalten oder numerischen Problemen eingreifen zu können. Die Details zu diesen einzelnen Parametern können (LSTC 2020, 2006) entnommen werden. Die Kontaktsteifigkeit  $c_c$  gibt nicht die tatsächliche Elastizität der Oberfläche wieder. Daher wird im Folgenden noch auf verschiedene wichtige Einstellparameter der Kontaktberechnung von LS-Dyna<sup>®</sup> eingegangen, und die resultierenden Kontaktmodellierungen werden den beschriebenen Fällen zugeordnet. Es werden die Kontaktdefinitionen aus LS-Dyna<sup>®</sup>

- a) \*CONTACT\_AUTOMATIC\_SINGLE\_SURFACE,
- b) \*CONTACT\_AUTOMATIC\_SURFACE\_TO\_SURFACE,
- c) \*CONTACT\_SURFACE\_TO\_SURFACE und
- d) \*CONTACT\_AUTOMATIC\_GENERAL

bei den hier vorgestellten Crashberechnungen eingesetzt. Alle diese Kontaktdefinitionen führen bei Standardeinstellungen die Kontaktdetektion über eine Knoten-zu-Segment-Prüfung durch. Bei a) bleibt es mit Standardeinstellungen dabei, bei b) wird außerdem bei jeder Kontaktdetektion eine zusätzliche Prüfung auf Kontakt durchgeführt, bei der die Knoten- und Segment-Rollen der verschiedenen Körper vertauscht werden. Kontaktdefinition c) ist weniger aufwändig als a), b) und d), wird aber vom Hersteller nicht für Crashvorgänge empfohlen (DYNAmore GmbH, o.J.-a). Die Kontaktdefinition d) ist laut Hersteller weitgehend wie Kontaktdefinition a), nur dass hier freie Kanten, z. B. bei Schalenelementen, ebenfalls auf Kontakt geprüft werden (DYNAmore GmbH, o.J.-b). Für jedes in dieser Arbeit vorgestellte Modell werden die für die Kontakte dieses Modells am besten geeigneten Kontaktdefinitionen gewählt. Die Kontaktdefinition a), wenn es zu keinen Durchdringungen mit dieser Definition kommt. Falls doch, werden b) oder d) verwendet, je nachdem, wo die Durchdringung stattfindet. Die Kontaktdefinition c) wird in dieser Arbeit nur für den Kontakt zwischen Starrkörpern eingesetzt.

Ein im Kontext der hier vorgestellten Crashberechnungen wichtiger Einstellparameter ist die SOFT-Option. Der Standard-Wert ist SOFT gleich null. In diesem Fall wird eine Knoten-zu-Segment-Kontaktdetektion durchgeführt, und die Kontaktsteifigkeit berechnet sich nach (2.8). Wird SOFT gleich 2 gewählt, verändern sich mehrere Aspekte der Kontaktmodellierung. Die wichtigsten Änderungen sind die Folgenden (LSTC 2006, 2020):

- Segment-zu-Segment-Kontaktdetektion,
- die Berechnung der Kontaktsteifigkeit,
- der Zeitschritt der Kontaktdetektion ist immer identisch mit dem Zeitschritt der FE-Berechnung

Bei SOFT gleich 2 berechnet sich die Kontaktsteifigkeit  $c_c$  wie folgt aus den beiden Segmentmassen, zwischen denen ein Kontakt ereignis festgestellt wurde,  $m_1$  und  $m_2$ , sowie der Zeitschrittgröße  $\Delta t$ :

$$c_c = 0,5 P_{\text{Scale}} \left( \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) \left( \frac{1}{\Delta t} \right)^2. \quad (2.9)$$

## 2.4 Optimierungsalgorithmen

Die verfügbaren Optimierungsverfahren sind zahlreich und können sehr unterschiedlich sein. Solange nicht schon ein fertiger Datensatz, den man einfach als richtig hinnimmt, oder eine bereits trainierte künstliche Intelligenz eingesetzt werden, funktionieren diese Verfahren iterativ. Alle iterativen Optimierungsverfahren verwenden in irgendeiner Form einen Optimierungsalgorithmus. Ein Optimierungsalgorithmus hat zwei wesentliche Aufgaben, einerseits

1. das Festlegen neuer Entwurfsvariablen, wenn die Optimierung fortgeführt wird und andererseits
2. die Überprüfung, ob die Optimierung beendet werden soll.

Aufgabe 2 geschieht anhand von Abbruch- und Konvergenzkriterien. Ist die Lösung ausreichend konvergiert oder ein Abbruchkriterium erfüllt, wie beispielsweise eine maximale Anzahl an Iterationen, wird die Optimierung beendet. Es gibt eine Vielzahl von Kriterien, und üblicherweise ist dieser Teil des Optimierungsalgorithmus simpel in der Umsetzung. Aufgabe 1 eines Optimierungsalgorithmus, die Festlegung der neuen Entwurfsvariablen, ist schwieriger und hat einen entscheidenden Einfluss auf das Optimierungsverfahren als Ganzes. Denn wie effizient ein Optimierungsverfahren ist, hängt oft vor allem von zwei Faktoren ab:

- von der Anzahl der Iterationen und
- dem Rechenaufwand, den jede Iteration verursacht.

Letzteres ist primär von der Anzahl der Freiheitsgrade und Komplexität des Simulationsmodells abhängig. Der Optimierungsalgorithmus hat hierauf keinen Einfluss. Anders sieht es bei der benötigten Anzahl an Iterationen aus. Hier ist der Optimierungsalgorithmus entscheidend. Wird der Entwurf so verändert, dass ein Optimum bereits nach wenigen Iterationen erreicht ist, wird dadurch der gesamte Prozess effizienter. Sobald die Berechnung eines Entwurfs so simpel wird, dass ein einfacher Computer in kurzer Zeit alle Varianten des Lösungsraums prüfen kann, werden Optimierungsverfahren im Grunde obsolet. Eine solche Entwicklung ist für reale Aufgabenstellungen nicht in Sicht, besonders wenn es um den Bereich Crash geht. Die Effizienz der Optimierungsverfahren ist in diesem Bereich besonders relevant, da in den meisten Anwendungsfällen der Rechenaufwand für jede Simulation sehr hoch ausfällt. Es folgt eine kurze Übersicht über die wichtigsten Ansätze von Optimierungsalgorithmen.

Bei den **gradientenbasierten Verfahren** unterscheidet sich die Vorgehensweise je nachdem, ob eine eindimensionale oder eine mehrdimensionale Optimierung durchgeführt wird. In der Praxis ist die eindimensionale Optimierung eine Ausnahme, die Regel sind mehrdimensionale Optimierungen mit mehr als einer Entwurfsvariablen. Bei eindimensionalen Optimierungen können Verfahren wie die Methode des goldenen Schnitts eingesetzt werden. Bei mehrdimensionalen Optimierungen kann das Problem auf eine eindimensionale Optimierung reduziert werden, indem in jeder Iteration eine Suchrichtung festgelegt wird. Ein Vorgehen ist die Methode des steilsten Abstiegs. Dabei wird der schnellste Weg zum nächsten lokalen Optimum durch die Richtung des steilsten Abstiegs iterativ beschritten. Diese Vorgehensweise ist sehr effizient, ein globales Optimum kann so aber nur bei einer konvexen Problemstellung sicher gefunden werden. Hierzu ist aber zu erwähnen, dass auch mit den anderen hier beschriebenen Herangehensweisen nicht garantiert werden kann, das globale Optimum zu finden. Bei gradientenbasierten Verfahren ist die Gefahr, in einem schlechten lokalen Optimum zu enden im Vergleich höher. Um eine sinnvolle Suchrichtung festlegen zu können, sind die Sensitivitäten der Ziel- und Restriktionsfunktionen erforderlich. Können diese analytisch bestimmt werden, sind auch eine große Anzahl von Entwurfsvariablen unproblematisch. Wird die Bestimmung der Sensitivitäten zu aufwändig, wird das Verfahren ineffizient und andere Ansätze werden schnell interessanter. Bei der Crashberechnung mittels expliziter Zeitintegration ist die analytische Bestimmung

der Sensitivitäten, wenn möglich, komplex und meistens auch aufwändig (Weider 2021). Eine numerische Bestimmung mittels Vor- oder Rückwärtsintegration bedeutet für jede Entwurfsvariable eine weitere Simulation. Bei der Crashberechnung ist aber jede Simulation mit einem vergleichsweise hohen Rechenaufwand verbunden. Gerade für Topologieoptimierungen im Crash, bei denen die Anzahl an Entwurfsvariablen üblicherweise sehr hoch ist, ist der Einsatz gradientenbasierter Verfahren daher schwierig.

**Heuristische Verfahren** sind i.d.R. an bestimmte Aufgabenstellungen angepasst. Eine Heuristik ist in diesem Kontext eine Regel, die aus der Ingenieurserfahrung heraus festgelegt wird. Ein Beispiel wäre, dass geschlossene Profile bei gleicher Menge Material eine höhere Torsionssteifigkeit aufweisen als offene Profile. In Form eines Optimierungsalgorithmus wird in jeder Iteration das Strukturverhalten ausgewertet und auf Grundlage dieses Verhaltens eine oder mehrere Heuristiken ausgewählt, die entscheiden, wie die Struktur für die nächste Iteration verändert werden soll.

**Stochastische Verfahren** beinhalten oft eine Zufallskomponente. Der Einsatz einer Zufallskomponente macht einen Ansatz wenig anfällig dafür, in schlechten lokalen Optima zu enden. Zu den Stochastischen Verfahren gehören unter anderen die Monte-Carlo-Methode, Evolutionsalgorithmen, genetische Algorithmen und *Simulated Annealing*. Bei der Monte-Carlo-Methode ist der zu untersuchende Satz von Entwürfen zufällig, bei Evolutionsalgorithmen und genetischen Algorithmen ist es z. B. die Mutation der Entwürfe.

**Approximationen** können lokal oder global sein. Lokale Approximationen sind in eingeschränkten Bereichen des Entwurfsraums gültig, während globale Approximation idealerweise im gesamten Entwurfsraum gültig sind. Allgemein können Approximationen auf sehr vielfältige Weise in Optimierungsprozessen genutzt werden. Sie können als einzelner Schritt in einem Gesamtprozess eingesetzt werden, beispielsweise um Ziel- oder Restriktionsfunktion in der näheren Umgebung des aktuellen Entwurfs zu approximieren. Oder sie werden genutzt, um ein Metamodell zu erstellen und so den anschließenden Prozess der Optimierung deutlich zu beschleunigen. Mit einem Metamodell können gute Strukturentwürfe sehr schnell gefunden werden, da Systemantworten auf einem Metamodell ohne großen Rechenaufwand ermittelt werden können. Die so ermittelten Ergebnisse müssen aber überprüft und gegebenenfalls revidiert werden. Der Erfolg bei einer Optimierung auf einem Metamodell hängt daher von der Güte desselben ab. Der Aufwand bei der Erstellung eines guten Metamodells hängt von der Anzahl der Stützstellen ab, die dazu erforderlich

sind, da jede Stützstelle einen Funktionsaufruf bedeutet. Gerade bei nicht-linearen Problemstellungen ist die Anzahl erforderlicher Stützstellen allgemein eher hoch, da sich die Funktionswerte bei kleinen Änderungen der Variablen stark verändern können. Für einen effizienten Einsatz eines Metamodells muss also die Anzahl der nötigen Stützstellen kleiner als die Anzahl der nötigen Funktionsaufrufe alternativer Verfahren sein. Da Crashberechnungen außerdem aufwändiger sind als statisch lineare Berechnungen, kann eine Metamodell-Erstellung sehr viel Rechenleistung benötigen. Ein Vorteil von Metamodellen ist, dass diese unempfindlicher gegen lokale Optima sind. Als weiteres Beispiel für die Einsatzmöglichkeiten von Approximation sei die Abschätzung des Potentials verschiedener Startentwürfe genannt, um die Vielfalt der Einsatzmöglichkeiten zu verdeutlichen. So kann beispielsweise ein Startentwurf ausgewählt werden, der anschließend für die Optimierung mit einem mathematischen Verfahren genutzt wird.

**Künstliche Intelligenz**, kurz KI, ist ein weites und aktuell in vielen Bereichen an Bedeutung zunehmendes Themengebiet. Hier sollen nur ein paar Beispiele, wie KI, genauer gesagt schwache KI (da starke KI aktuell nicht existiert), in der Strukturoptimierung eingesetzt werden kann, aufgezeigt werden. Eine schwache KI zeichnet sich dadurch aus, dass sie sich nur zur Lösung der Problemstellungen eignet, für die sie entwickelt bzw. trainiert worden ist. Ohne erneutes Training kann diese nicht für eine vollkommen andere Problemstellung eingesetzt werden. Eine solche KI kann in der Strukturoptimierung beispielsweise als Ersatz für eine Heuristik dienen (Trilling et al. 2024). Sie tritt damit an die Stelle einer klar ausformulierten Regel, wie beim Beispiel der geschlossenen Profile statt offener Profile zur Steigerung der Torsionssteifigkeit. Statt der Ingenieurserfahrung sind ausreichend große Datensätze zum Training der KI nötig, die die Problemstellung ausreichend gut darstellen. Wie groß diese Datensätze sein müssen, ist von der Problemstellung abhängig. Der Einsatz von KI ist daher besonders interessant, wenn bereits große Datensätze zur Problemstellung vorliegen. Ein weiteres Beispiel zur Einsatzfähigkeit von KI in der Strukturoptimierung ist die Verwendung zum Erkennen der Art eines Strukturversagens bei Crashberechnungen. Zum Beispiel zur Beantwortung der Frage, ob eine Struktur global oder lokal versagt, oder zum Clustern und Wiedererkennen bestimmter Verhaltensmuster der Struktur bei Crash. Mit einer solchen automatischen Erkennung kann in Optimierungsprozessen ein bestimmtes gewünschtes Verhalten provoziert oder unerwünschtes Verhalten vermieden werden.

## 2.5 Die Dichtemethode zur Topologieoptimierung

Bei der Dichtemethode (Zhou und Rozvany 1991) wird wie bei der Homogenisierungsmethode (Bendsøe und Kikuchi 1988) der Entwurfsraum in viele einzelne Bereiche unterteilt und für diese Bereiche entschieden, ob dort Material sein soll oder nicht. Die Dichtemethode ist sehr verbreitet und wird auch in dieser Arbeit verwendet. Die den Elementtypen zugeordneten Dichten werden während der Optimierung mit der Dichtemethode verändert. Jedem Finiten Element  $i$ , das zum Entwurfsraum gehört, wird eine Entwurfsvariable  $x_i$  zugewiesen, welche die Dichte  $\tilde{x}_i$  des jeweiligen Elements steuert:

$$x_i = \frac{\tilde{x}_i}{\tilde{x}_0}. \quad (2.10)$$

Der Wert der Entwurfsvariable  $x_i$  des Elements  $i$  wird auf eine Spanne zwischen 0 und 1 normiert, indem die aktuelle Dichte  $\tilde{x}_i$  des Elements  $i$  durch die Dichte bei Vollmaterial  $\tilde{x}_0$  dividiert wird. In der Praxis wird die Mindestdichte, die ein Element annehmen kann, aber auf einen kleinen Wert größer als null begrenzt, da ansonsten numerische Instabilitäten auftreten können. In den hier vorgestellten Anwendungen werden bei der Topologieoptimierung ausschließlich Voxel verwendet. Die Methode kann aber auch auf andere FE angewendet werden. Aufgrund der großen Gestaltungsfreiheit dieses Verfahrens ist das Risiko, nicht oder nur sehr aufwändig fertigbare Entwürfe als Resultat zu erhalten, groß. Wird ein solcher Entwurf händisch im Nachgang an die Optimierung so angepasst, dass er die Erfordernisse der Fertigung berücksichtigt, gehen die in der Optimierung erzielten guten Eigenschaften der Struktur häufig verloren. Deshalb ist bei dieser Art der Strukturoptimierung die integrierte Berücksichtigung von Fertigungsrestriktionen besonders relevant. Die Topologieoptimierung mittels Dichtemethode zählt zu den gradientenbasierten Verfahren. Auf statisch lineare Problemstellungen angewendet können die Sensitivitäten der Ziel- und Restriktionsfunktionen analytisch oder semi-analytisch und somit effizient bestimmt werden.

Durch die Verwendung der Dichten der Elemente im Entwurfsraum entstehen während der Topologieoptimierung Zwischendichten. Diese Zwischendichten sind im Verlauf der Optimierung unproblematisch, das Ergebnis der Topologieoptimierung sollte aber möglichst keine oder nur wenige Elemente mit Zwischendichten aufweisen, da ein solches Material nicht tatsächlich herstellbar ist. Sind noch viele Zwischendichten im Ergebnis der Topologieoptimierung enthalten, ergibt sich dieselbe Problematik wie sie

auch ohne Fertigungsrestriktion entstehen kann. Das Ergebnis muss dann wieder händisch stark nachbearbeitet werden. Es ist daher sinnvoll, Zwischendichten im Optimierungsprozess zu bestrafen. Das kann mit dem SIMP-Ansatz getan werden. SIMP steht für *Solid Isotropic Material with Penalization*. Beim SIMP-Ansatz wird ein Bestrafungsexponent  $s$  in die Formulierung des Zusammenhangs von Entwurfsvariablenwert  $x_i$  des Elements  $i$  und Elastizitätsmodul  $E_i$  dieses Elementes eingeführt:

$$\frac{E_i}{E_0} = x_i^s \quad (2.11)$$

mit

$$s > 1.$$

Durch den Bestrafungsexponenten  $s$  werden die Materialeigenschaften bezogen auf die Menge des eingesetzten Materials schlechter, je weiter die Dichte von ihrem maximalen oder ihrem minimalen Wert entfernt ist. Je höher  $s$  gewählt wird, desto stärker wird die Bestrafung von Zwischendichten. Diese Bestrafung funktioniert natürlich nur dann, wenn die Formulierung des Optimierungsziels eine hohe Steifigkeit bei geringem Materialeinsatz fordert. Da dies aber in vielen Fällen zutrifft, ist der SIMP-Ansatz für verschiedene Anwendungen gut geeignet. Auch mit der Anwendung des SIMP-Ansatzes enthalten die Ergebnisse einer Topologieoptimierung mit der Dichtemethode in der Regel noch Elemente mit Zwischendichten. Daher wird oft im Anschluss der Optimierung das Ergebnis noch in einen sogenannten *Black&White* Entwurf überführt, in dem keine Zwischendichten mehr vorhanden sind.

Bei der Topologieoptimierung mit der Dichtemethode kann es zur Ausbildung von Schachbrettmustern kommen, dem sogenannten „*Checkerboarding*“. Zwar passiert das nur bei Elementen mit linearer Ansatzfunktion, Elemente mit einer höheren Ansatzfunktion erhöhen aber den Rechenaufwand. Daher werden Filtertechniken eingesetzt, um *Checkerboarding* zu verhindern. Diese Filtertechniken setzen eine Eigenschaft eines Elements in Abhängigkeit der Nachbarschaft des jeweiligen Elements. Beim Filtern der Dichte wird beispielsweise die Dichte jedes Elements über eine gewichtete Mittelung der Dichte der Nachbarelemente ermittelt. Die Größe der Nachbarschaft wird dabei über einen Filterradius gesteuert. Dadurch können neben dem *Checkerboarding* auch Strukturen unterhalb einer bestimmten Größe verhindert werden, und das Ergebnis kann FE-Netz-unabhängiger werden.

### 3. Stand der Forschung zur Topologieoptimierung von crashbelasteten Bauteilen

Zur besseren Einordnung der in dieser Arbeit vorgestellten Methode wird im Folgenden der Stand der Forschung zur Topologieoptimierung von Crashbelasteten Strukturen dargestellt. Dabei soll deutlich werden, in welchen Bereichen bereits viel Forschung stattgefunden hat und was bisher möglich ist. Abschließend wird eingeordnet, in welchen Lücken die vorliegende Arbeit dabei anzusetzen versucht.

#### 3.1 Optimierung eines Ersatzproblems

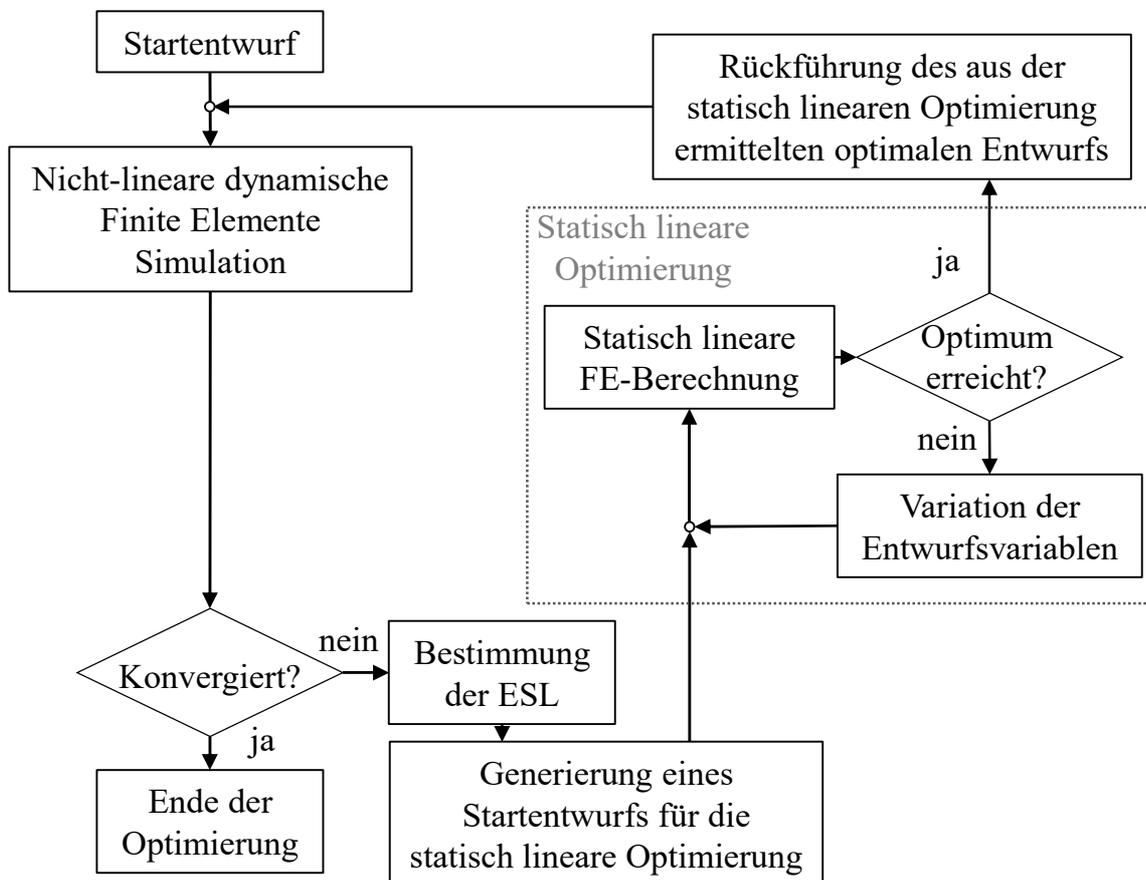
Die *Equivalent Static Loads Method* (kurz ESLM), vorgestellt von Choi und G. J. Park (2002) teilt den Optimierungsprozess in einen Analyse-Bereich (*Analysis Domain*) und einen Entwurfs-Bereich (*Design Domain*). In dem Analyse-Bereich wird der aktuelle Entwurf bei dynamischer Belastung berechnet und die Ergebnisse ausgewertet. Mithilfe der resultierenden Ergebnisse dieser Berechnung werden die *equivalent static loads*, kurz ESL, bestimmt. Diese werden für die verschiedenen Zeitpunkte der dynamischen FE-Berechnung ermittelt. Die ESL sind die Kräfte, die bei einer statisch linearen Betrachtung des zuvor dynamisch berechneten FE-Modells zu demselben Verschiebungsfeld der Knoten für den jeweiligen Zeitpunkt führt. Sie können ermittelt werden, indem folgende Gleichung gelöst wird, bei der  $\mathbf{K}_L$  die lineare Steifigkeitsmatrix,  $\mathbf{u}_{(t)}$  die Knotenverschiebungen aus der dynamischen FE-Berechnung zum Zeitpunkt  $t$  und  $\mathbf{f}_{\text{ESL}}$  die unbekanntes ESL sind:

$$\mathbf{f}_{\text{ESL}} = \mathbf{K}_L \mathbf{u}_{(t)}. \quad (3.1)$$

Die Gleichung (3.1) muss für jeden Zeitpunkt der in der dynamischen FE-Berechnung betrachtet wird gelöst werden. Jeder Zeitpunkt führt zu eigenen ESL, da die Knotenverschiebungen  $\mathbf{u}_{(t)}$  in jedem Zeitpunkt andere sind, sofern jederzeit eine dynamische Belastung vorliegt. Die so bestimmten ESL werden in dem Entwurfs-Bereich als äußere Lasten, daher als Lastfälle zur Optimierung der Struktur genutzt. Die Strukturoptimierung wird statisch linear durchgeführt. Es können sowohl Dimensionierungs-, Form- als auch Topologieoptimierungen im Entwurfsbereich durchgeführt werden. Dabei können gradientenbasierte Verfahren, wie die in Kapitel 2.4 beschriebene Dichtemethode, eingesetzt werden. Eine Variante der ESLM, die *Equivalent Static Loads method for non linear static response Structural Optimization* (Park 2011), kurz ESLSO, basiert auf demselben Prinzip wie die ESLM, umfasst aber neben

anderen Gebieten auch die Strukturoptimierung von dynamisch nicht-linearen Systemen, wie etwa beim Crash. Statt einer dynamisch linearen FE-Berechnung wird im Analyse-Bereich eine dynamisch nicht-lineare FE-Berechnung durchgeführt, und die resultierenden Verschiebungen werden in Gleichung (3.1) zur Bestimmung der ESL verwendet.

Die Aufteilung in einen Analyse-Bereich und einen Entwurfs-Bereich entspricht der Aufteilung des Prozesses in eine innere und eine äußere Schleife. In der äußeren Schleife werden die ESL bestimmt, in der inneren Schleife die Strukturoptimierung durchgeführt. Ein typischer Ablauf der Optimierungsprozedur bei der ESLSO ist in Abbildung 3-1 dargestellt.



**Abbildung 3-1:** ESLSO Optimierungsprozedur

Bei der ESLSO können Restriktionen in der inneren Schleife nur in der ersten Iteration überprüft werden. Denn nur in der ersten Iteration, in der der Entwurf noch nicht verändert wurde, stimmen die Verschiebungen im statisch linearen Bereich noch mit den Verschiebungen im dynamisch nicht-linearen Bereich überein. Das Konvergenzkriterium in der äußeren Schleife ist daher eines, das die Größe der Änderung der Entwurfsvariablen betrachtet. Liegt die Größe der Änderung der Entwurfsvariablen

unter einer niedrigen Schwelle, wird die Optimierung beendet. So soll sichergestellt werden, dass die Restriktionen bei Konvergenz noch sinnvoll überprüfbar sind. Denn wenn die Entwurfsvariablen kaum bis überhaupt nicht verändert worden sind, sind die Verschiebungen im Entwurfs- und Analyse-Bereich wahrscheinlich sehr ähnlich. Sollen in der inneren Schleife Restriktionen berücksichtigt werden, die sich auch bei gleichen Verschiebungen unterscheiden, müssen die ESL anders berechnet werden. Das ist beispielsweise bei Spannungen-Restriktionen der Fall. Choi et al. (2005) und Park (2011) machen Vorschläge zur Berechnung von ESL für Spannungen-Restriktionen in der inneren Schleife.

Da bei stark dynamisch nicht-linearem Verhalten der Strukturantworten auch kleine Änderungen der Entwurfsvariablen zu großen Änderungen der Ziel- und Restriktionsfunktionen führen können, kann es bei der ESLSO Probleme mit der Konvergenz des Verfahrens geben. Um dem entgegenzuwirken, werden in der ESLSO, wenn erforderlich, obere und untere Grenzen für die Größe der Veränderung der Entwurfsvariablen pro Iteration in der äußeren Schleife festgelegt (Shin et al. 2007). Bei der ESLSO wird hierbei auch von der *move limit strategy* gesprochen (Jeong et al. 2010). Durch eine Einschränkung der Veränderung pro Iteration in der äußeren Schleife wird die Anzahl der Iterationen erhöht und dadurch die Anzahl an Kontrollrechnungen im Analyse-Bereich erhöht. Jang et al. (2012) stellen die ESLSO erstmals für die Topologieoptimierung von dynamisch linearen Problemstellungen vor. Lee und Park stellen die Topologieoptimierung mittels ESLSO von statisch nicht-linearen (2012) und dynamisch nicht-linearen (2015) Problemen vor.

Ein praxisnahes Anwendungsbeispiel der ESLSO wurde von Karev et al. (2019) vorgestellt. Es werden Ergebnisse von Strukturoptimierung einer Motorhaube mittels ESLSO für den Crashfall vorgestellt. Die Entwurfsvariablen in diesem Beispiel sind die Blechdicken der Unterkonstruktion der Motorhaube. Diese sollen so gewählt werden, dass ein Fußgänger bei einem Aufprall mit dem Kopf auf der Motorhaube möglichst unverletzt bleibt. Dazu wurde aus allen möglichen Aufprallpositionen eine repräsentative Menge von 17 Positionen zur Berücksichtigung in der Optimierung ausgewählt. Um das Verletzungsrisiko zu bewerten, wird der HIC-Wert (*Head-Injury-Criterion*) berechnet. Um die HIC-Werte in der statisch linearen Optimierung sinnvoll als Zielfunktion verwenden zu können, wird auf der Grundlage der Summe der HIC-Werte eine stetig differenzierbare Ersatzfunktion gebildet. Die Steifigkeit der Konstruktion wird in der Optimierung durch eine Restriktion berücksichtigt. In verschiedenen Optimierungen wird mal die Verformungsenergie maximiert, mal die Masse, und indirekt die HIC-Werte minimiert. Ein weiteres Anwendungsbeispiel ist

wird von Zhang et al. (2021) vorgestellt. Hier wird die Topologie der Rohkarosserie eines Elektroautos mittels ESLSO optimiert, um möglichst optimale Lastpfade unter gleichzeitiger Berücksichtigung von linearen und Crash-Lastfällen zu finden. Die Optimierung wurde mit einem Voxel-Bauraum durchgeführt.

Um die Effizienz der ESLSO bei der Topologieoptimierung von crashbelasteten Strukturen zu verbessern, wurde von Ren et al. (2020) eine Methode vorgestellt, die die ESLSO mit einer *Model Order Reduction* (kurz MOR) kombiniert. Bereiche mit großen Deformationen und Bereiche mit kleinen Deformationen werden identifiziert und eine MOR angewendet, um ein reduziertes Modell zur Topologieoptimierung für die ESLSO zu erhalten. Treten im Analyse-Bereich der ESLSO große Verschiebungen und Dehnungen auf, kann es bei der Topologieoptimierung mit der ESLSO zu numerischen Instabilitäten kommen (Bai et al. 2019). Grund ist, dass diese zu sehr großen Kräften in  $f_{ESL}$  führen können, die dafür sorgen, dass im Entwurfs-Bereich der ESLSO der lineare Bereich deutlich verlassen wird. Die Topologieoptimierung ist hierfür anfällig, weil es Elemente mit Zwischendichten im Entwurfsraum geben kann, die sich besonders schnell stark verformen. Diese Gefahr besteht besonders bei der Optimierung crashbelasteter Strukturen, bei denen sehr große Verschiebungen und Dehnungen zu erwarten sind. Bai et al. (2019) stellen eine Skalierungsmethode vor, um diese Problematik zu lösen. Bei dieser Skalierungsmethode muss ein Grenzwert festgelegt werden, der bestimmt, ab wann die ESL skaliert werden sollen. Dieser Grenzwert wird für das Verhältnis der Energie zwischen Analyse-Bereich und Entwurfs-Bereich angegeben. Ist der Grenzwert erreicht, werden die ESL in Abhängigkeit dieses Verhältnisses der Energie skaliert.

Ma et al. (2020) stellen mit der „*Equivalent static displacements method for contact force optimization*“, kurz ESD, ein Verfahren vor, das wie die ESLSO funktioniert, aber statt der ESL die Kontaktkräfte aus dem Analyse-Bereich verwendet, um erzwungene Verschiebungen anstelle von Ersatzlasten für den Entwurfs-Bereich zu bestimmen. Um diese erzwungenen Verschiebungen zu bestimmen, werden die Kontaktkräfte als Ersatzlasten auf das Modell des Entwurfs-Bereich aufgebracht und die resultierenden Verschiebungen unter statisch linearen Annahmen bestimmt. Die so bestimmten Verschiebungen der Knoten werden in der Optimierung im Entwurfs-Bereich verwendet. Es werden nicht alle ermittelten Verschiebungen als erzwungene Verschiebungen aufgebracht, nur Verschiebungen auf die Knoten in der Nähe von Kontaktphänomenen. Die ESD ermöglicht die Optimierung der Kontaktkraft. Der Grundgedanke ist derselbe wie bei den ESL, nur dass hier nicht die Verschiebungen

zwischen Analyse- und Entwurfs-Bereich ähnlich bleiben sollen, sondern die Kontaktkräfte bzw. die durch diese verursachten Verschiebungen im Kontaktbereich. Es werden Ergebnisse einer Optimierung der Blechdicken eines stark vereinfachten Schweller-Modells bei einem seitlichen Crash gezeigt, bei dem die Differenz der auftretenden Kontaktkräfte zu einem vorgegeben Kraftniveau minimiert wird. Grundsätzlich könnte dieses Verfahren aber auch zur Topologieoptimierung eingesetzt werden.

Mit den sogenannten „*Difference-Based Equivalent Static Loads*“, kurz DiESL, stellen Triller et al. eine neue Methodik vor, um die Ersatzlasten für die innere Schleife der ESLSO zu bestimmen (Triller et al. 2021; Triller 2023). Die DiESL steigern im Vergleich zu den ESL die Approximationsgüte des dynamisch nicht-linearen Verhaltens in der inneren Schleife, was auch die Approximation der Sensitivitäten verbessern kann. Erreicht wird diese Verbesserung, indem statt der Differenz der Knotenverschiebungen zum unverformten Zustand die Differenz der Knotenverschiebungen zwischen den benachbarten Zeitpunkten aus der äußeren Schleife betrachtet wird. Das führt außerdem zu kleineren Ersatzlasten, was den Stabilitätsproblemen, die zuvor für die ESL beschrieben wurden, entgegenwirkt. Die so berechneten DiESL werden in der inneren Schleife auf die verformte Struktur aufgebracht, die durch die errechneten DiESL so verformt wird, dass die Knotenverschiebungen gleich denen des nächsten Zeitpunkts aus der äußeren Schleife sind. Durch die Anwendung der berechneten DiESL auf die zugehörigen verformten Strukturen ergibt sich eine Multi-Modell Optimierung, da für jeden in der inneren Schleife berücksichtigten Zeitpunkt ein eigenes Modell erforderlich ist. Von Triller et al. (2022a) wird eine Methode zur Auswahl geeigneter Zeitpunkte aus der äußeren Schleife zur Bestimmung von DiESL für die Optimierung in der inneren Schleife vorgestellt. Die Auswahl-Methode soll die Zeitpunkte identifizieren, zu denen das Verhalten stark nicht-linear ist. Anwendungsbeispiele einer Crashbox und eines Crashes einer Starrkörper-Säule mit drei durch ein Blech verbundenen Profilen, die ein „U“ bilden, werden vorgestellt. Zur Identifikation dieser Zeitpunkte wird die Kraft-Zeit-Kurve des Crashvorgangs herangezogen. Beim Falten-Beulen der Crashbox oszilliert die Kraft-Zeit-Kurve durch die wiederholte Bildung der Falten. Die Extrempunkte der Kraft-Zeit-Kurve deuten auf die Entstehung neuer Falten in dem Prozess hin und es kann daher angenommen werden, dass zu diesen Zeitpunkten ein ausgeprägtes nicht-lineares Verhalten vorliegt. Die Vorgestellte Auswahl-Methode identifiziert diese Extrempunkte der Kraft-Zeit-Kurve, und die zugehörigen Zeitpunkte werden für die Berechnung von DiESL gewählt. Für das Beispiel der Crashbox führt die Auswahl-Methode für die Zeitpunkte zu einer Verbesserung der

Ergebnisse und der Konvergenz der Optimierung, bei dem zweiten Beispiel ergibt sich keine Verbesserung im Vergleich zur Berücksichtigung einer ausreichend großen Menge äquidistanter Zeitpunkte. Außerdem stellen Triller et al. (2022a) für die innere Schleife ein bilineares Materialmodell vor, um auftretende Plastifizierung aus der äußeren Schleife besser abbilden zu können. Die Nutzung dieses Materialmodells in der inneren Schleife führt bei dem zweiten Beispiel zu einem besseren Ergebnis der Optimierung. Bei der Optimierung der Crashbox kann damit keine weitere Verbesserung erzielt werden. In einer späteren Veröffentlichung werden von Triller et al. (2022b) die Ergebnisse einer Topologieoptimierung mit DiESL und der Dichtemethode in der inneren Schleife vorgestellt. Optimiert wird der Crash einer Starrkörper-Säule mit einem Balken. Das Ziel ist die Intrusionsminimierung der Starrkörper-Säule. Es werden Ergebnisse für unterschiedliche initiale Geschwindigkeiten der Starrkörper-Säule vorgestellt, sowohl mit DiESL als auch mit ESL. Für das vorgestellte Beispiel kann eine Verbesserung der Ergebnisse durch die DiESL verglichen mit den ESL demonstriert werden.

Duddeck und Volz (2012) stellen eine Alternative zu den zuvor beschriebenen mathematisch bestimmten ESL vor, bei der die Ersatzlasten physikalisch begründet sind. Die Grundidee ist, diese physikalisch begründeten Ersatzlasten aus dem Wissen, dass der Deformationsweg mal die Kraft gleich der aufzunehmenden Crashenergie ist, zu bestimmen. Sind sowohl die aufzunehmende Crashenergie bekannt (z. B. aus den entsprechenden Vorgaben für einen Crashfall) als auch die potentiellen Deformationslängen, lassen sich die benötigten Kräfte berechnen. Um die bei einem Aufprall auf das Fahrzeug übertragene kinetische Energie abschätzen zu können, sind Annahmen über die Fahrzeugmasse erforderlich. Die Aufteilung der zu absorbieren Energie auf die verschiedenen Teile des Fahrzeugs, die unmittelbar am Crashereignis beteiligt sind, muss individuell je nach Fall festgelegt werden. Durch die zugehörigen Deformationslängen werden so für alle betroffenen Fahrzeugteile die Krafthöhe ermittelt. Die Anzahl der Lasten, in die diese Krafthöhe unterteilt wird, deren Positionierung und die Unterteilung in verschiedene Lastfälle müssen vom/von der Anwender\*in festgelegt werden. Die vorgestellte Methodik ist daher schlecht generalisierbar. Anders als bei der ESLSO gibt es keine Unterteilung in eine innere und eine äußere Schleife, da die Bestimmung der physikalisch begründeten Ersatzlasten nur einmal durchgeführt werden muss. Wie bei der ESLSO wird mit den physikalisch begründeten Ersatzlasten eine statisch lineare Optimierung durchgeführt.

## 3.2 Auf Profilstrukturen spezialisierte Verfahren

Die Graphen- und Heuristikbasierte Topologieoptimierung, kurz GHT, von C. Ortmann und A. Schumacher (2013) wurde aufgrund der Grenzen der Voxel-basierten Methoden im Bereich Crashtoptimierung entwickelt. Die Methode kombiniert Topologie-, Form- und Dimensionierungsoptimierung zur Optimierung von Profilen mit gleichbleibendem Querschnitt. Es gibt die GHT-2D und die GHT-3D (Beyer et al. 2021). Mit der GHT-2D wird ein einzelnes Profil optimiert. Das Ergebnis einer Optimierung mittels GHT-2D ist in der Regel ein Mehrkammer-Profil. Mit der GHT-3D können mehrere Profilstrukturen sowie deren Anzahl und Positionierung simultan in einem festgelegten Bauraum optimiert werden. Alle Simulationen innerhalb des Optimierungsprozesses werden mit Modellen durchgeführt, die mit Schalenelementen diskretisiert sind und sich somit gut für Crashberechnungen eignen. Der Optimierungsprozess ist in eine äußere und eine innere Schleife aufgeteilt. In der äußeren Schleife wird die Topologieoptimierung durchgeführt, in der inneren Schleife die Form- und Dimensionierungsoptimierung. In der inneren Schleife kann grundsätzlich jeder geeignete Optimierungsalgorithmus eingesetzt werden. Standardmäßig werden entweder genetische Algorithmen oder die „*Successiv Response Surface Method*“ (Stander und Craig 2002) eingesetzt, bei der ein Metamodell erstellt und fortlaufend aktualisiert wird. In der äußeren Schleife werden aus Expertenwissen abgeleitete Heuristiken zur Entwurfsänderung eingesetzt, die entscheiden, ob und wie eine neue Wand in das Profil eingebracht oder ob eine bestehende Wand gelöscht werden soll. Hierzu werden die strukturmechanischen Eigenschaften des aktuellen Entwurfs ermittelt und an die Heuristiken übergeben. Die Grundlage für Entwurfsanpassungen bilden 2D-Graphen. Diese repräsentieren die eigentlich 3-dimensionale Profilstruktur als deren Querschnitt. Änderungen werden im Graphen-Modell des aktuellen Entwurfs durchgeführt, und dieser wird dann automatisiert in ein FE-Modell überführt, das im Anschluss berechnet wird. Der beste Entwurf wird in die innere Schleife übergeben. In der weiterentwickelten Variante der GHT (Ortmann et al. 2021) ist es möglich mehrere, in Konkurrenz stehende Entwürfe an die innere Schleife zu übergeben. Alle konkurrierenden Entwürfe werden im Anschluss an die innere Schleife erneut durch Heuristiken angepasst. Die Anzahl der konkurrierenden Entwürfe kann vom/von der Benutzer\*in definiert werden. Sollen beispielsweise fünf solcher Entwürfe beibehalten werden, werden in jeder Iteration der äußeren Schleife die fünf besten Entwürfe in die innere Schleife übergeben. Eine Ausnahme dieser Vorgehensweise ist nur in der allerersten Iteration nötig, da aus dem Startentwurf erst noch durch Anwendung verschiedener

Heuristiken verschiedene Entwürfe erzeugt werden müssen, die miteinander konkurrieren können. In dieser neuen GHT-Variante gibt es außerdem auch neue Heuristiken. Ursprünglich für die Optimierung von Strangpressprofilen entwickelt, wurde die Methode bereits mehrfach erweitert und für weitere Anwendungsgebiete weiterentwickelt. Link et al. (2019) erweitern die GHT um die Möglichkeit, Profilstrukturen aus miteinander verbundenen Blechen zu optimieren. Die GHT wird um vereinfachte Fertigungsrestriktionen für das Umformen der Bleche mit dem Schwenkbiegen erweitert. Zusätzlich wird für die Entwürfe aus der Optimierung die Zugänglichkeit beim Fügen an eigens dafür vorgesehenen Flanschen für das Punktschweißen und Laserstrahlschweißen sichergestellt. Es werden außerdem neu entwickelten Heuristiken zur Topologieänderung vorgestellt, die darauf konzipiert sind, eine strukturmechanische und fertigungstechnische Verbesserung des Profils zu erzielen. In (Schneider 2023) wird ein GHT-Prozess vorgestellt, mit dem Mehrkammerprofilstrukturen optimiert werden können, die aus miteinander verklebten und gewickelten Einzelprofilen aus Faserkunststoffverbunden bestehen. In (Beyer et al. 2021) wurde das Verfahren der GHT für die Verwendung von dreidimensionalen Graphen mit dem Ziel der 3D-Layout Findung (GHT-3D) erweitert. Die alternative Geometriepäsentation ermöglicht das Einbringen und Entfernen von Profilstrukturen. Für die praktische Topologieoptimierung wurden die heuristischen Regeln neu konzipiert. Das Verfahren erlaubt außerdem Wandstärken- und Formoptimierungen, aber auch das Skalieren der Querschnitte ist möglich. Zudem beinhaltet die Erweiterung die Berücksichtigung von komplexen Durchdringungsprüfungen und einer Reihe von geometrischen Restriktionen. Die Funktionalität wird an praktischen Anwendungen demonstriert.

Im Rahmen der Veröffentlichung von Trilling et al. (2024) und der Dissertation von Trilling (2024) wurde die GHT um eine neue Heuristik erweitert, welche ihr Verhalten selbstständig durch maschinelles Lernen angelernt hat und somit neue Ansätze zur Topologieoptimierung mit der GHT beisteuert. Dafür wurde ein *Reinforcement-Learning*-Algorithmus eingesetzt, welcher ein Modell trainiert, das auf Basis des mechanischen Zustands einer simulierten Struktur Entscheidungen treffen kann, wie und wo neue Wände in das Profil eingebracht werden.

Eine weitere Methode zur Topologieoptimierung von crashbelasteten Mehrkammerprofilen wurde von Fang et al. (2017) vorgestellt. Hier wird ähnlich wie beim Ablauf der GHT der Querschnitt des Mehrkammerprofils optimiert. Im Gegensatz zur GHT wird hier statt der sehr flexiblen Beschreibung des Querschnitts als Graphen ein

*ground structure approach* angewendet. Daher muss vor der Optimierung ein Querschnitt mit vielen Wänden definiert werden. Für jede dieser Wände wird in der Optimierung entschieden, welche beibehalten wird. Neue Wände können von der Methode nicht eingebracht werden. Um zu entscheiden, welche der Wände bleibt und welche nicht, wurde der *artificial bee colony algorithm* (Karaboga und Basturk 2007) an die Problematik angepasst. Dieser Schwarm-Intelligenz-Algorithmus ist von dem Verhalten von Bienen inspiriert, wenn es um die Futtersuche geht. Der Algorithmus überträgt die Lösungswege der Bienen auf andere Problemstellungen, in diesem Fall auf die Strukturoptimierung. Hierzu wird eine fiktive Bienenkolonie simuliert, die sich aus Bienen mit drei unterschiedlichen Rollen zusammensetzt. Den Arbeiter-Bienen, den wartenden Bienen und den Späher-Bienen. Die Bienen versuchen die besten Futterquellen zu finden. Futterquellen sind in dieser Problemstellung die verschiedenen möglichen Entwürfe des Mehrkammerprofils. Wie ertragreich eine Futterquelle ist, bemisst sich an den Struktureigenschaften, hier an der absorbierten Energie des jeweiligen Entwurfs eines Mehrkammerprofils während der Crashberechnung. Außerdem soll eine Massenrestriktion eingehalten werden. Bei jeder zufälligen Entwurfswahl wird diese Wahl so beeinflusst, dass ihre Wahrscheinlichkeit, in der Nähe der Restriktionsgrenze zu liegen, erhöht ist. In der ersten Iteration wird die Hälfte aller Bienen als Arbeiter-Bienen auf zufällige Entwürfe verteilt. Von hier an wird folgender Ablauf wiederholt, bis ein Kriterium zum Beenden des Algorithmus erfüllt ist:

1. Alle neuen Entwürfe werden ausgewertet.
2. Alle Arbeiter-Bienen bekommen eine neue zufällige Futterquelle in der Nähe ihrer alten Futterquelle (ähnlicher Mehrkammerprofil Entwurf) zugewiesen.
3. Alle neuen Entwürfe werden ausgewertet.
4. Bei einer Verbesserung bleiben die Arbeiter-Bienen auf der Futterquelle, bei Verschlechterung gehen diese zu Ihrer alten Futterquelle zurück.
5. Die so gewonnenen Informationen der Arbeiter-Bienen werden an die wartenden Bienen übergeben.
6. Die wartenden Bienen wählen Ihre Futterquellen anhand dieser Informationen aus. Die bekannten Futterquellen werden nach Wert der Zielfunktion und der Entwurfsmasse bewertet. Je höher eine Futterquelle bewertet wird, desto wahrscheinlicher wird diese ausgewählt. Die ausgewählte Futterquelle wird von der wartenden Biene leicht modifiziert.
7. Alle neuen Entwürfe werden ausgewertet. Bei einer Verbesserung durch die Modifikation durch die wartenden Bienen werden die Futterquellen beibehalten.

8. Es wird eine Anzahl an Späher-Bienen eingesetzt die von der Menge der aufgegebenen Entwürfe abhängt. Jede Späher-Biene wählt einen neuen zufälligen Entwurf aus.
9. Alle neuen Entwürfe werden ausgewertet, der bisher insgesamt beste Entwurf wird gespeichert und das Kriterium zum Beenden der Schleife geprüft. Bei Nicht-Beenden geht es wieder zu Schritt 1.

Es werden Ergebnisse aus der Anwendung dieser Methodik auf verschiedene axial crashbelastete Mehrkammerprofile vorgestellt. Die verwendeten *ground structures* bestehen aus rechteckigen Kammern, die gleichmäßig im Profil verteilt sind und in manchen Beispielen zusätzlich aus Verbindungen zwischen den Ecken dieser Kammern. Abdullahi und Gao (2021) stellen einen zweistufigen Optimierungsprozess für ein sehr ähnliches Optimierungsproblem vor. Bei dem vorgestellten Optimierungsproblem handelt es sich ebenfalls um ein mit rechteckigen Kammern gleichmäßig gefülltes axial crashbelastetes Mehrkammerprofil, allerdings ohne Querverbindungen. In der ersten Stufe des vorgestellten Optimierungsprozesses wird ein binärer genetischer Algorithmus verwendet, um festzulegen, welche Wände der Kammern im Entwurf bleiben und welche nicht. In der zweiten Stufe des Optimierungsprozesses werden die Dimensionen der im Entwurf verbleibenden Kammern optimiert. Hierzu werden mit der *response surface methodology* Metamodelle für alle relevanten Zielfunktionen erzeugt. Abschließend wird mit diesen Metamodellen eine Pareto-Front erzeugt, auf deren Grundlage dann ein finaler Entwurf bestimmt wird.

### **3.3 Sensitivitäten-Ermittlung bei dynamisch nicht-linearen Problemstellungen**

Ivarsson et al. (2018) stellen eine Topologieoptimierung für visko-plastisches Materialverhalten bei dynamischen Lasten vor, bei der die Sensitivitäten mit der adjungierten Methode berechnet werden. Das Verfahren ist imstande, die plastische Arbeit zu maximieren und dabei die Massenträgheit zu berücksichtigen. Weider (2021) stellt eine Methodik vor, die Topologischen Ableitungen auch bei dynamisch nicht-linearem Verhalten effizient zu ermitteln. Die Topologischen Ableitungen sind Sensitivitäten für das Einbringen einer Materialausparung bezogen auf eine Strukturantwort. Bei der vorgestellten Herangehensweise kann die adjungierte Methode zur Berechnung der topologischen Ableitungen eingesetzt werden, wodurch die mit dem aufwändigen Differenzenverfahren durchgeführte Berechnung der Ableitung des Verschiebungsfelds umgangen wird. Voraussetzung für die Anwendung der Methode ist eine implizite Zeitintegration innerhalb der dynamisch nicht-linearen Simulation. Die so

ermittelten Topologischen Ableitungen berücksichtigen auch Trägheitseffekte, und ihre Anwendung ist in vielen Abläufen zur Topologieoptimierung vorstellbar. Ein Beispiel einer möglichen Anwendung wird von Weider und Schumacher (2018) vorgestellt. Hier wird ein Optimierungsschema vorgestellt, bei dem die Topologischen Ableitungen für ein Modell mit dynamischen Vorgängen und nicht-linearem Materialverhalten zur Topologieoptimierung mit der Level-Set-Methode eingesetzt werden. Das Schema sieht eine stückweise Entfernung von Material vor, erlaubt aber durch die eingesetzten Filtermethoden auch die Rückkehr von Material.

Eine Einschränkung dieser Methoden ist, dass diese keine Kontaktphänomene berücksichtigen können. Es scheint aber nicht ausgeschlossen, dass durch Weiterentwicklungen in diesem Bereich in Zukunft zusätzlich auch Kontaktphänomene durch die Topologischen Ableitungen oder andere, ausreichend effizient bestimmbar Sensitivitäten berücksichtigt werden könnten. Das legt z. B. die Forschung von Fernandez et al. (2020) nahe, die eine sensitivitätsbasierte Topologieoptimierung für 3-dimensionale Strukturen unter Berücksichtigung von Kontaktphänomenen vorstellen. Diese ist allerdings noch auf rein elastisches, nicht-lineares Materialverhalten und reibungsfreie Kontaktphänomene beschränkt.

### 3.4 Hybrider zellulärer Automat

Patel et al. (2009) stellen die Topologieoptimierung mittels Dichtemethode in Kombination mit einem Hybriden zellulären Automat (kurz HCA von engl. *Hybrid Cellular Automaton*) erstmals auch für crashbelastete Strukturen vor. Der Entwurfsraum wird in gitterförmig angeordneten Zellen eingeteilt und außerdem mit FE diskretisiert. Die Zellen und FE können identisch sein, was den einfachsten Fall darstellt, müssen es aber nicht sein. Die FE werden einzelnen Zellen zugeordnet. Sowohl den FE als auch den Zellen wird eine Dichte zugeordnet, wobei die Dichte der Zellen als künstlich betrachtet wird. Diese künstlichen Dichten der Zellen sind die Entwurfsvariablen des Optimierungsverfahrens und entscheiden über die Dichten der zugeordneten FE. Die HCA passt die Dichten der Zellen über eine Heuristik an. Das Ziel ist eine homogene Verteilung der inneren Energiedichte. In jeder Iteration wird eine angestrebte innere Energie ermittelt. Liegt die innere Energie einer Zelle über der angestrebten inneren Energie, wird deren Dichte verringert, liegt sie darunter, wird die Dichte der Zelle erhöht. Hierbei werden zusätzlich auch die Eigenschaften der Nachbarzellen berücksichtigt. Auch Informationen über den Zustand der Zellen aus vergangenen Iterationen werden verarbeitet, um Oszillation zu verhindern. Die innere Energie der

Zellen wird über das Verhalten in der Simulation der der Zelle zugeordneten FE bestimmt. Dabei wird die Summe der Abweichung jeder Zelle zur angestrebten inneren Energiedichte unter Einhaltung einer Massenrestriktion minimiert. Es wird außerdem eine Methode zur Restriktion der maximalen Verschiebung vorgestellt. Diese funktioniert, indem die Massenrestriktion von der Methode während des Prozesses stückweise angehoben wird, sollte die Verschiebungsrestriktion nicht eingehalten werden. Durch den heuristischen Ansatz der Methode zur Entwurfsfindung müssen keine Sensitivitäten ermittelt werden, wodurch in jeder Iteration eine einzelne Simulation des Strukturverhaltens ausreicht. Ob die Vorgehensweise immer eine wirklich gute Struktur zur Energieaufnahme bei Crash finden kann, ist unklar. Die Optimierung zu einer homogenen Verteilung der inneren Energiedichte der Zellen führt zu einer gleichmäßigeren Verteilung der Energieaufnahme der Struktur beim Crash. Eine wirksame und oft in Fahrzeugen genutzte Verhaltensweise zur Energieaufnahme mit Metallteilen ist das Faltenbeulen. Bei diesem ist die Verteilung der inneren Energiedichte während des Crashvorgangs inhomogen und daher nicht mit dem beschriebenen Verfahren erzielbar.

An der Methode wird bis heute weitergeforscht, wodurch bereits eine Vielzahl an Veröffentlichungen entstanden sind. Guo et al. (2011) haben eine Methode entwickelt, die neben der zuvor beschriebenen Homogenisierung der inneren Energiedichte eine Restriktion der maximalen plastischen Dehnung einhält. Hierzu wird eine zweite, unabhängige Feld-Variable für die Zellen eingeführt, welche zum Tragen kommt, wenn eine Zelle die zulässige plastische Dehnung überschreitet. Dann wird durch diese zweite Feld-Variable die Steifigkeit der Zelle erhöht, bis der zulässige Wert wieder erreicht oder unterschritten wird. Hunkeler et al. (2013) stellen eine Methode zur Topologieoptimierung von dünnwandigen Strukturen vor, bei der die HCA mit einem *ground structure approach* kombiniert wird. Diese Kopplung ermöglicht eine Verwendung von Schalenelementen statt Voxeln für die FE. Die Autoren weisen darauf hin, dass dies bei einer Topologieoptimierung den Vorteil hat, dass beim Entwurf von dünnwandigen Strukturen eine nachträgliche Interpretation der Ergebnisse im Gegensatz zur Optimierung mit *Solid*-Elementen überflüssig wird. Außerdem werden bei Crash die vorteilhaften Eigenschaften von Schalenelementen gegenüber Voxeln in der Kontakt-Berechnung nutzbar. Um diese Kopplung zu ermöglichen, sind die Zellen dünn und wandförmig. Jeder Zelle sind mehrere Schalenelemente zugeordnet. Es ist erforderlich, dass es mehrere Schalenelemente sind, da eine Homogenisierung der inneren Energiedichten der einzelnen Schalenelemente aufgrund ihres Deformations-Verhaltens nicht durchführbar ist. Statt der Dichten werden vom Algorithmus hier die

Wanddicken verändert. Wird eine bestimmte Wanddicke unterschritten, wird die entsprechende Wandzelle entfernt oder wieder hinzugefügt, sollte die Zelle die erforderliche Wanddicke wieder erreichen. Es werden Ergebnisse von zwei Optimierungen gezeigt. In beiden Fällen wird der Querschnitt eines Längsträgers für den Crashfall optimiert, mit dem Ziel, die Masse zu reduzieren bei gleichzeitiger Einhaltung einer Intrusionsrestriktion. Die Außenkontur des Querschnitts ist dabei nicht variabel.

Duddeck et al. (2016) stellen Ergebnisse von Optimierungen vor, bei denen mit dieser Methode der Querschnitt einer axial durch einen Impaktor gestauchten Crashbox optimiert wurde. Auch hier ist der Außenquerschnitt nicht variabel und die Masse wird unter Einhaltung einer Intrusionsrestriktion minimiert. Insgesamt werden die Ergebnisse von drei Optimierungen mit unterschiedlich strengen Intrusionsrestriktionen gezeigt und mit den Ergebnissen aus der Verwendung des kommerziellen Programms LS-OPT mit einem Approximationsverfahren (*Response Surface Method*) verglichen. Die Performanz der Ergebnisse ist vergleichbar, jedoch braucht LS-OPT deutlich mehr Simulationen, um zu diesen Ergebnissen zu kommen. Zeng und Duddeck (2017) verbessern die Methode noch, insbesondere die Effizienz der Methode bei einer größeren Anzahl an Entwurfsvariablen. Die größte Änderung an der Methode ist dabei die Integration des Intervallhalbierungsverfahrens zur Bestimmung einer Massenrestriktion in der äußeren Schleife des Optimierungsprozesses.

Aulig et al. (2015) (2018) demonstrieren, wie die HCA zur gleichzeitigen Optimierung eines linearen- und eines Crash-Lastfalls eingesetzt werden kann. Da die Kräftehöhen bei Crash die Kräftehöhen der statischen Belastungen üblicherweise deutlich übertreffen, ist der Crash-Lastfall in der Regel zu dominant während der Optimierung. Um eine solche Dominanz zu verhindern, verwenden Aulig et al. neben Gewichtungsfaktoren auch Skalierungsfaktoren. Die Skalierungsfaktoren verändern die Niveaus der inneren Energiedichte, die aus den verschiedenen Lastfällen resultiert und werden so gewählt, dass die Energieniveaus aneinander angeglichen werden. Die Gewichtungsfaktoren geben dem/der Anwender\*in dabei die Möglichkeit, Einfluss auf die Optimierung zu nehmen. In (LSTC 2015) stellen Aulig et al. ein Anwendungsbeispiel dieser Vorgehensweise zur Optimierung eines Fahrzeugquerlenkers vor und in (LSTC 2016) die Ergebnisse der Anwendung auf eine Fahrzeugkarosserie. Valadares et al. (2019) stellen eine HCA-Methode zur Optimierung von axial crashbelasteten, dünnwandigen Rohr-Strukturen zur Energieaufnahme vor. Hierzu soll die Methode Entwürfe finden, die die Energie durch Falten-Beulen aufnehmen und dabei nicht global ausknicken. Statt einer Homogenisierung der inneren Energiedichte wird eine

Verteilung dieser nach einem vorgegebenen Muster mit der HCA vorangetrieben, bei gleichzeitiger Einhaltung einer Massenrestriktion. Das vorgegebene Muster entspricht einer Struktur mit einem zur Energieabsorption günstigen Verhalten bei Crash mit Falten-Beulen ohne globales Ausknicken. Ein auf den vorliegenden Fall anwendbares Muster dieser Art muss entsprechend schon vor der Anwendung der Methode bekannt sein. Es werden die Wandstärken der Schalenelemente variiert, weswegen die Methode keine neuen Wände in einen Entwurf einbringen kann. Auch werden keine Schalenelemente entfernt, weswegen die vorgestellten Beispiel-Anwendungen keine Topologieoptimierung darstellen. Die Grundsätzliche Methodik dürfte aber auch dann eingesetzt werden können, wenn Elemente entfernt werden. Afrousheh et al. (2019) steigern die Effizienz und Stabilität der HCA zur Topologieoptimierung von crashbelasteten Strukturen, unter anderem durch die Einführung eines variablen Nachbarschaftsradius der Zellen. Jia et al. (2021) haben eine Methode entwickelt, um aus der Topologieoptimierung mit der HCA Strukturen zu erhalten, die sich aus einer sich wiederholenden Unterstruktur zusammensetzen.

### **3.5 Directional Evolutionary Structural Optimization**

Die *Directional Evolutionary Structural Optimization* (ESO), vorgestellt von Xie und Steven (1993), ermöglicht die Topologieoptimierung mit einem evolutionären Ansatz. Es sind keine Sensitivitäten erforderlich, stattdessen wird nach einem Kriterium in Anlehnung an die Anpassungsfähigkeiten von Knochen Material entfernt, wenn dieses nicht ausreichend belastet ist. In jeder Iteration dieses Prozesses werden die Spannungen in den FE ausgewertet. Elemente, deren Spannung unterhalb eines Schwellenwerts liegt, der sich über die maximal auftretende Spannung definiert, werden entfernt. In der nächsten Iteration wird der Schwellenwert erhöht, bis eine fest definierte Grenze erreicht ist. Einmal entfernte FE können nicht wieder aktiviert werden. Die *Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization* (BESO), vorgestellt von Querin et al. (2000), erweitert die ESO noch um die Möglichkeit, deaktivierte Elemente wieder zu aktivieren. Ist das eingesetzte Kriterium die Spannung, werden deaktivierte Elemente in der Umgebung von aktivierten Elementen mit einer Spannung oberhalb eines Grenzwertes wieder aktiviert. Das Verfahren beinhaltet auch Maßnahmen, um Oszillation zu verhindern. Bei ESO und BESO wird damit ähnlich der HCA nach einem festgelegten Kriterium der Entwurf verändert, mit dem Unterschied, dass bei HCA immer eine Homogenisierung oder eine vorgegebene räumliche Verteilung eines Kriteriums und bei ESO und BESO eine Wertespanne eines Kriteriums angestrebt wird. Bahramian und Khalkhali (2020) stellen eine angepasste BESO-Methode zur Topologieoptimierung

von axial crashbelasteten Profilstrukturen vor. Statt der Spannung wird als Kriterium zum Aktivieren und Deaktivieren von Elementen eine Kennzahl verwendet, die von der Verformungsenergie des jeweiligen Elementes abhängt. Die Methode wird anhand eines einfachen rechteckigen Querschnitts demonstriert, der mit Schalenelementen vernetzt ist. Für diesen wird eine Optimierung mit dem Ziel der Maximierung der absorbierten Energie, bezogen auf das Volumen, durchgeführt. Eine Restriktion stellt sicher, dass die absorbierte Energie mindestens einem vorgegeben Wert entspricht. Da das Verfahren nicht zwangsläufig konvergiert, wird eine feste Iterationsanzahl durchlaufen und anschließend der beste Entwurf bestimmt.

### 3.6 Weitere Optimierungsmethoden

Bujny et al. (2016) (2018) stellen eine Methode zur Topologieoptimierung für crashbelastete Strukturen vor, die auf einer Kombination der Level-Set-Methode (Osher und Sethian 1988; van Dijk et al. 2013) mit evolutionären Algorithmen (kurz EA) basiert, genannt *Evolutionary Level Set Method*, kurz EA-LSM. Level-Set-Methoden bieten eine alternative Art der Geometriebeschreibung. Bei den meisten Verfahren zur Topologieoptimierung, wie etwa den Dichte-Methoden, wird entschieden, welche FE entfernt werden sollen. Die Geometriebeschreibung erfolgt daher direkt durch das FE-Netz. Bei den Level-Set-Methoden wird durch eine Funktion (der Level-Set-Funktion) für jeden Punkt im Raum beschrieben, ob dort Material ist oder nicht. Positive Werte der Level-Set-Funktion bedeuten, dass hier Struktur ist, negative, dass hier keine Struktur ist. Die Punkte auf der Level-Set-Funktion mit dem Wert 0 definieren die Außenkontur der Struktur. Bujny et al. (2016) (2018) verwenden die sogenannte *Moving Morphable Components Method* (Guo et al. 2014). Bei dieser definieren die Position, Rotation, Form und Dicke von einer initial festgelegten Menge von Körpern die Struktur. Diese Körper werden dabei von geometrischen Level-Set-Funktionen beschrieben und können sich überlappen bzw. durchdringen. Im Vergleich zur Dichtemethode, bei der jedes FE im Entwurfsraum eine Entwurfsvariable bedeutet, reduziert sich die Anzahl der Entwurfsvariablen dadurch erheblich. Die Kontur wird auf ein FE-Netz übertragen. Dadurch gibt es keine Elemente mit Zwischendichten, welche bei einer Crashberechnung das Ergebnis stark verfälschen können. Die Kopplung mit einem EA ermöglicht die Optimierung ohne Sensitivitäten. Der Rechenaufwand beim Einsatz evolutionärer Algorithmen hängt stark von der Anzahl der Entwurfsvariablen ab, weswegen der Einsatz einer Level-Set-Methode in dieser Kombination Sinn ergibt. In der Veröffentlichung werden Ergebnisse mit zwei unterschiedlichen EA vorgestellt.

Als erstes wird ein einfacher EA verwendet, bei dem in jeder Iteration zunächst Rekombinationen der bestehenden Entwürfe und anschließend auch Mutationen dieser durchgeführt werden. Nach der Auswertung der Entwürfe wird aus den neuen Entwürfen selektiert, bevor die nächste Iteration startet. Der zweite untersuchte EA ist die *Covariance Matrix Adaption Evolution Strategy* (Hansen und Kern 2004). Mit beiden EA gelingt es, ein Beispiel zu optimieren, bei dem die Energieabsorption der kinetischen Energie eines Aufprallkörpers unter Einhaltung einer Massenrestriktion maximiert wird.

Weitere Forschung in diesem Bereich kommt von Raponi et al. (2019a). Raponi et al. stellen die „*Kriging-Guided Level Set Method*“ (kurz KG-LSM) zur Topologieoptimierung vor, die in ihren Grundzügen der EA-LSM ähnelt. Allerdings wird bei der KG-LSM, wie der Name schon andeutet, kein EA, sondern stattdessen ein Metamodell in Kombination mit einem globalen Optimierungsalgorithmus verwendet, um neue Entwürfe zu generieren. Im direkten Vergleich zur EA-LSM können mit dieser neuen Methode Verbesserungen der Effizienz, vor allem beim Konvergenzverhalten, demonstriert werden. Raponi et al. (2019b) stellen auch eine Kombination beider Verfahren vor, bei der zuerst die KG-LSM wegen des besseren Konvergenzverhaltens angewendet wird und anschließend auf die EA-LSM gewechselt wird. Die gezeigten Beispiele, sowohl von EA-LSM als auch von KG-LSM, kommen aus Optimierungen von 2-dimensionalen Strukturen. Bujny et al. (2021) stellen eine Erweiterung der EA-LSM für 3-dimensionale Strukturen vor. Es werden die Optimierungsergebnisse aus verschiedenen Optimierungen mit dieser Methode für eine Struktur gezeigt, welche zum einen aus einem dünnwandigen Rohr zur Energieabsorption und einem 3D-gedruckten Verbindungsstück besteht. Die Optimierungen werden zu Vergleichszwecken auch mit der ESLSO und der HCA wiederholt. Für die gezeigten Beispielen findet die EA-LSM bessere Strukturen als die ESLSO und die HCA. Die Autoren weisen auf den hohen Rechenaufwand durch die Verwendung von EA hin, aber auch darauf, dass sich diese Methode dadurch sehr gut parallelisieren lässt. Zuletzt wurde die EA-LSM noch um die Möglichkeit erweitert, optimierte Strukturen mit sich wiederholenden Mustern im 2-dimensionalen Bereich zu finden (Huang et al. 2023). Lu et al. (2021) stellen eine Kombination der ESLSO und der *Movable Morphable Components Method* vor. Bei der *Movable Morphable Components Method* wird der Strukturentwurf aus mehreren Komponenten zusammengesetzt, die sich überlappen dürfen. Während der Optimierung werden die Position, Rotation, Form und Größe dieser Komponenten verändert. Das Ergebnis ist dadurch im Gegensatz zur

Dichtemethode, bei der es Zwischendichten geben kann, immer eine diskrete Strukturbeschreibung. Wang et al. (2022) stellen eine Methode namens *Interval-Oriented dynamic robust topology optimization* vor, die die parametrische Level-Set-Methode zur Topologieoptimierung mit der ESLSO ermöglicht.

### 3.7 Fazit

Die Topologieoptimierung von crashbelasteten Strukturen ist bis heute mit vielen Herausforderungen verbunden. Viele der Verfahren sind nicht auf die gleichzeitige Form- und Topologieoptimierung von Schalenmodellen anwendbar, wobei, wie zuvor angesprochen, besonders diese im Bereich Crash von hoher praktischer Relevanz sind. Bei einigen Verfahren können zwar Löcher in eine vorgegebene Schalenstruktur eingebracht, aber die Schalenstruktur selbst nicht frei angepasst werden. Und die Verfahren, die dazu in der Lage sind, unterliegen Einschränkungen. Manche sind sehr vollwertige Lösungen, die aber auf bestimmte Arten von Strukturen eingeschränkt sind, wie z. B. die GHT, die auf Mehrkammerprofile und Rahmenstrukturen spezialisiert ist. Oder es ist ein *Ground Structure Approach* erforderlich, wie beispielsweise bei der HCA für dünnwandige Strukturen (Hunkeler et al. 2013), so dass der Entwurfsraum eingeschränkt ist. Die Form und Topologie von Voxel-Modellen kann auch im Fall von Crashbelastungen optimiert werden, beispielsweise mit der ESLSO. Aus den beschriebenen Gründen sind Schalen-Modelle bei Crash aber in der Regel interessanter. In dieser Lücke leistet die vorliegende Arbeit einen Beitrag. Durch die Spezialisierung auf tiefziehbare Strukturen unterliegt auch die hier vorgestellte Methode einer Einschränkung auf eine bestimmte Art von mechanischen Strukturelementen. Optimierungsmethoden für crashbelastete Tiefzieh-Blechbauteile stellt aber eine neue Spezialisierung dar, für die es noch keine anderen Methoden gibt. Teile dieser Arbeit wurden bereits in (Clemens und Schumacher 2023a) veröffentlicht.

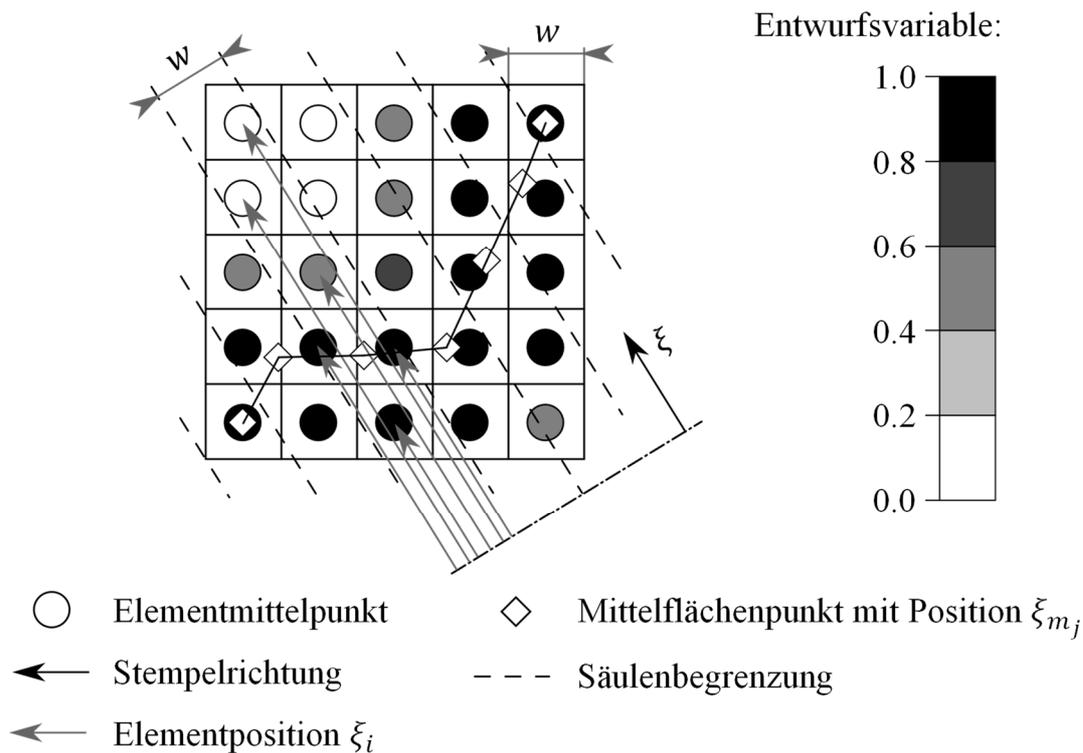


## 4. Fertigungsrestriktion zur einstufigen Tiefziehbarkeit

In der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Optimierungsmethode wird die von Diemann et al. (2017) (2018) entwickelte Fertigungsrestriktion zur einstufigen Tiefziehbarkeit eingesetzt. Alle zum Verständnis dieser Arbeit erforderlichen Kenntnisse zu dieser Fertigungsrestriktion werden im Folgenden kompakt beschrieben.

Diese Fertigungsrestriktion zur Tiefziehbarkeit kann in der Kombination der Topologieoptimierung von Voxel-Modellen angewendet werden. Soll das Ergebnis der Optimierung eine Schale sein, ist eine solche Fertigungsrestriktion erforderlich. Dies ist besonders dann notwendig, wenn der definierte Bauraum oder der vorliegende Lastfall nicht unmittelbar eine Schale entstehen lässt. Eine einstufig tiefziehbare Struktur darf außerdem keine Hinterschneidungen in Stempelrichtung oder Rippen aufweisen. Aus diesen Gründen ist eine Fertigungsrestriktion zur Topologieoptimierung von Voxel-Modellen in diesem Kontext erforderlich und sinnvoll.

Die hier verwendete Fertigungsrestriktion ermittelt während der Topologieoptimierung für jede Iteration eine Fläche, die im Bauraum liegt. Die Berechnung der Mittelfläche ist an einem exemplarischen Querschnitt in Abbildung 4-1 dargestellt. Diese hat keine mechanischen Eigenschaften und dient dazu, das Ergebnis der Optimierung zu beeinflussen, sodass eine Schalenstruktur mit den gewünschten Eigenschaften entsteht. Diese Fläche definiert sich über die Werte der Voxel-Entwurfsvariablen  $\boldsymbol{x}$  in der jeweiligen Iteration der Topologieoptimierung und der Stempelrichtung. Das Voxel-Modell wird in benachbarte Säulen eingeteilt, die in Stempelrichtung orientiert sind. Die Säulen sind in der Abbildung 4-1 als gestrichelte Linien dargestellt. Für jede Säulen  $j$  wird der Mittelpunkt  $\xi_{m_j}$  in Stempelrichtung ermittelt.



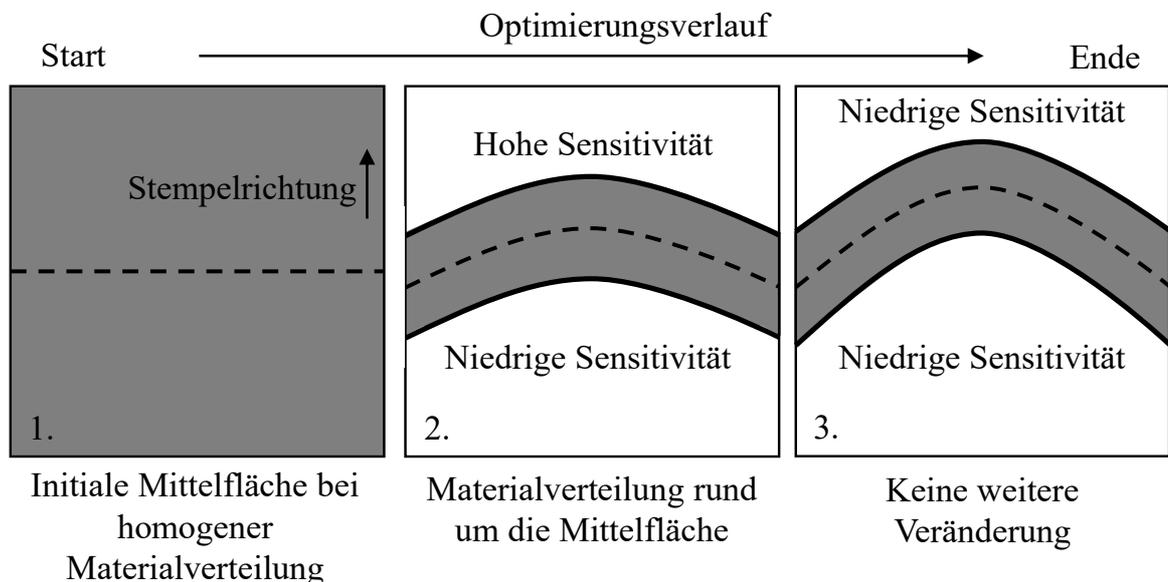
**Abbildung 4-1:** Berechnung der Mittelfläche anhand eines exemplarischen Querschnitts, modifiziert aus (Dienemann 2018)

Diese Mittelpunkte bilden die Fläche, weswegen die Fläche auch als Mittelfläche bezeichnet werden kann. Zwischen den Mittelpunkten wird die Fläche linear interpoliert. Für jedes Element  $i$  wird dessen Position  $\xi_i$  bestimmt. Jedes Element wird der Säule zugeordnet, innerhalb der die Position des jeweiligen Elements liegt. Die Länge und Breite  $w$  der Säulen ist einheitlich und entspricht der Kantenlänge der Voxel. Die Stempelrichtung wird vom/von der Anwender\*in festgelegt und kann frei gewählt werden. Für jede Säule  $j$  wird der Schwerpunkt  $\xi_{m_j}$  in Stempelrichtung berechnet:

$$\xi_{m_j} = \frac{\sum \xi_i (x_i - x_{\min})}{\sum (x_i - x_{\min})}. \quad (4.1)$$

Voxel mit der Minstdichte, deren Entwurfsvariable demnach gleich  $x_{\min}$  ist, sollen keinen Einfluss auf die Position der Mittelflächenpunkte haben, daher wird der Mindestwert  $x_{\min}$  von  $x_i$  subtrahiert. Sollte es in einer Säule nur Voxel mit der Minstdichte geben, gibt es in dieser Säule keinen Mittelflächenpunkt, und es entsteht entweder eine Aussparung oder es wird zwischen den Mittelflächenpunkten der Nachbarn interpoliert. Die Wahl zwischen diesen beiden Fällen liegt beim/bei der Anwender\*in. Da sich die Elementdichten in jeder Iteration der Topologieoptimierung verändern, verändert sich auch die Mittelfläche in jeder Iteration. Die Berechnung der

Mittelfläche auf Grundlage der aktuellen Elementdichten ist in jeder Iteration der erste Schritt zur Umsetzung der Fertigungsrestriktion. Danach wird die Mittelfläche herangezogen, um vor der nächsten iterativen Entwurfsänderung in der Topologieoptimierung die Sensitivitäten anzupassen. Für jedes Element wird der kürzeste Abstand des Elementmittelpunkts zur Mittelfläche ermittelt. Bei Verwendung dieser Fertigungsrestriktion wird eine geforderte Blechdicke  $b_c$  festgelegt. Übersteigt der kürzeste Abstand eines Elementmittelpunktes zur Mittelfläche die halbe geforderte Blechdicke wird die Sensitivität der Zielfunktion dieses Elements bestraft. Anders ausgedrückt: Die beigemessene Bedeutung des bestrafte Elements wird in Bezug auf die Zielfunktion abgemildert. Dadurch wird das bestrafte Element im Vergleich zu einem unbestraften Element mit gleicher Sensitivität unattraktiver gemacht. Die Höhe der Bestrafung steigt mit zunehmendem Abstand zur Mittelfläche. Auf diese Weise werden Elemente in der Nähe der Mittelfläche bevorzugt, und es entsteht im Verlauf der Topologieoptimierung ein Entwurf, der der Mittelfläche weitgehend entspricht. Da sich die Mittelfläche durch die Änderung der Elementdichten ebenfalls verändert, ist der Entwurf nicht auf eine initial ermittelte Mittelfläche festgelegt, sondern verändert sich im Verlauf der Optimierung solange weiter, bis sich weder die Mittelfläche noch die Elementdichten verändern. Abbildung 4-2 zeigt eine prinzipielle Darstellung eines typischen Verlaufs einer Topologieoptimierung mit dieser Fertigungsrestriktion.



**Abbildung 4-2:** Typische Phasen der Topologieoptimierung mit der Fertigungsrestriktion zur einstufigen Tiefziehbarkeit

Bei einer initialen homogenen Materialverteilung liegt die Mittelfläche mittig im Voxel-Modell. Dann wird typischerweise stückweise immer mehr Material in die Nähe

der Mittelfläche verlagert. Während dieses Vorgangs wird sich auch die Mittelfläche verändern. Abschließend bewegt sich die Materialverteilung rund um die Mittelfläche in die Richtung der höheren Sensitivität, bis sich ein Gleichgewicht auf beiden Seiten der Mittelfläche einstellt. Das ist im Bild vereinfacht dargestellt, da sich die Bewegungsrichtung der Mittelflächenpunkte in den verschiedenen Säulen unterscheiden kann. Durch die hohe Übereinstimmung von Mittelfläche und Materialverteilung im Voxel-Entwurfsraum kann die Mittelfläche der letzten Iteration ebenfalls als Repräsentation des Entwurfs, der durch die Topologieoptimierung gefunden wurde, angesehen werden.

## 5. Optimierungsprozess der Topologie- und Formoptimierung crashbeanspruchter Tiefziehblech-Bauteile

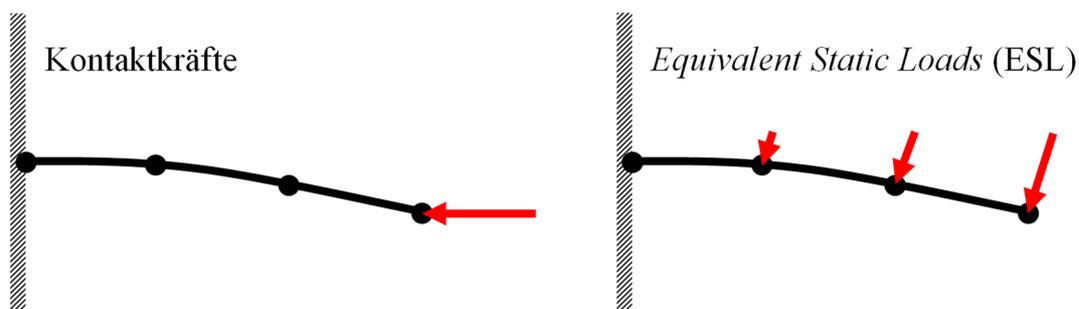
In diesem Kapitel werden die Grundgedanken der mit dieser Arbeit entwickelten Optimierungsmethode zur Topologieoptimierung von crashbelasteten tiefziehbaren Schalenstrukturen und der prinzipielle Ablauf des Prozesses beschrieben. Die detaillierte Beschreibung der einzelnen Schritte der Optimierungsmethode erfolgt anschließend in Kapitel 6 und 7.

### 5.1 Prinzipieller Ablauf

Die Methode trägt den Namen *Nested Optimization of Crash-loaded Shell-components*, kurz NOCS. Aus den verschiedenen Ansätzen zur Topologieoptimierung von crashbelasteten Bauteilen, die in Kapitel 3 vorgestellt wurden, ist NOCS den Verfahren zuzuordnen, die ein Ersatzproblem optimieren. Das Grundprinzip entspricht der *Equivalent Static Loads method for non linear static response Structural Optimization* (ESLSO). Der Prozess von NOCS ist ebenfalls in eine innere und eine äußere Schleife aufgeteilt. In der äußeren Schleife wird das tatsächliche Verhalten des Bauteils bei Crash ermittelt, indem eine nicht-lineare dynamische FE-Simulation durchgeführt wird. Die so gesammelten Informationen werden verwendet, um linearisierte statische Erstsatzlastfälle zu generieren, die das tatsächliche Problem abbilden sollen. Mit diesen Ersatzlastfällen wird in der inneren Schleife die Topologieoptimierung mit der Dichte-Methode durchgeführt. Das wird durch die lineare statische Approximation der eigentlichen Problemstellung möglich. Alle diese Punkte gleichen dem ESLSO Prozess. NOCS unterscheidet sich vor allem in den folgenden drei Punkten von der ESLSO:

1. Statt durch den Abgleich der Verformungen ESL zu bestimmen, werden die Kontaktkräfte, welche in der Crashsimulation ermittelt werden, zur Lastfall-Generierung verwendet.
2. Für die Crashberechnung in der äußeren Schleife wird ein Schalenmodell verwendet. Die Topologieoptimierung in der inneren Schleife wird für ein Voxel-Modell durchgeführt. Das Schalenmodell der äußeren Schleife wird aus dem Voxel-Ergebnis der Topologieoptimierung zurückgeführt.
3. Es wird die in Kapitel 4 beschriebene Fertigungsrestriktion in der inneren Schleife (Topologieoptimierung) angewendet.

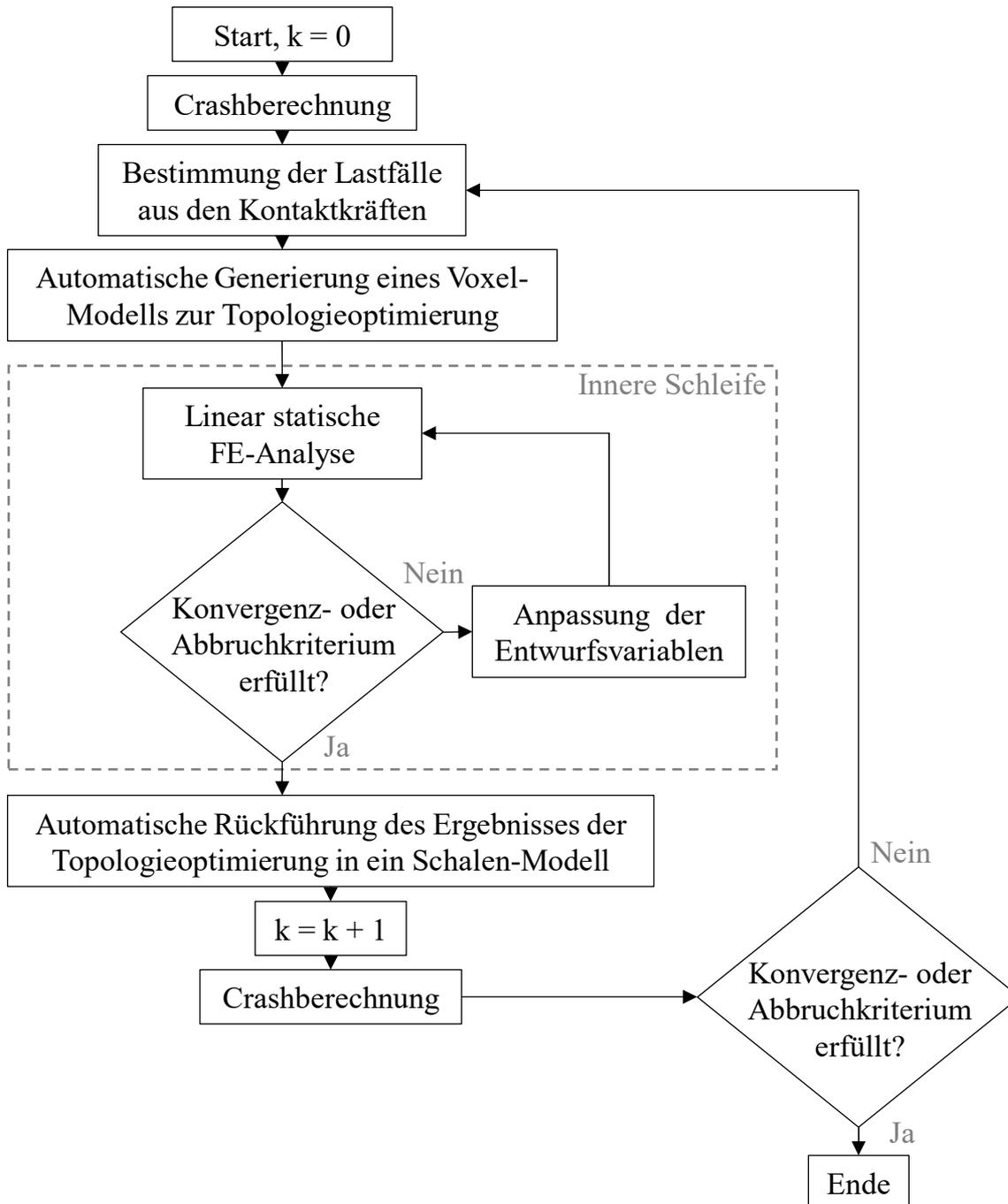
Die Kontaktkräfte werden ohne Modifikation als lineare statische Lastfälle vom Schalen-Modell auf das Voxel-Modell übertragen. Diese bieten im Vergleich zu den durch den Abgleich der Verformungen bestimmten ESL den Vorteil eines direkteren Zusammenhangs mit dem, was während des Crashvorgangs passiert. Da die Kontaktkräfte durch die Crashsimulation computer-gestützt ermittelt werden, ermöglicht das eine Kombination einer physikalisch begründeten Approximation in der inneren Schleife wie bei Duddeck und Volz (2012) mit einer automatisierten äußeren Schleife wie bei der ESLSO. Die Kontaktkräfte beinhalten weniger Informationen darüber, wie die Struktur sich bei Crash verformt, als ESL. Eine bildliche Darstellung des prinzipiellen Unterschieds von Kontaktkräften zu ESL als Ersatzlasten ist in Abbildung 5-1 dargestellt.



**Abbildung 5-1:** Bildliche Darstellung des Unterschiedes zwischen Kontaktkräften und *Equivalent Static Loads* (ESL) als Ersatzlasten

Wie in Kapitel 4 beschrieben, kann bei einer Topologieoptimierung, die mit der Fertigungsrestriktion zur einstufigen Tiefziehbarkeit durchgeführt wird, die Mittelfläche aus der letzten Iteration als Schalen-Repräsentation des Ergebnisses der Topologieoptimierung angesehen werden. Dieser Umstand wird im NOCS-Prozess genutzt, um automatisiert ein Schalen-Modell des Voxel-Ergebnisses aus der Topologieoptimierung zu erstellen. Dazu wird die letzte Mittelfläche aus der Topologieoptimierung mit Schalenelementen vernetzt. Anschließend werden Löcher an den Stellen eingebracht, an denen auch das Voxel-Ergebnis aus der Topologieoptimierung Löcher aufweist. Diese vernetzte und angepasste Schalen-Struktur wird dann automatisiert wieder für eine erneute Crashberechnung vorbereitet. Hierzu werden die betreffenden Schalen-Elemente des initialen Schalen-Modells zur Crashberechnung vor jeder neuen Iteration der äußeren Schleife durch die Schalen-Elemente, die aus der Rückführung der Mittelfläche resultieren, ersetzt. So können die Vorteile eines Schalen-Modells bei der Crashberechnung in der äußeren Schleife genutzt werden, um im Vergleich mit einem Voxel-Modell mit weniger Rechenaufwand akkuratere Ergebnisse in der äußeren

Schleife bei der Crashberechnung zu erhalten. In der inneren Schleife wiederum können die Vorteile einer Topologieoptimierung eines Voxel-Modells genutzt werden, das eine einfache gleichzeitige Optimierung der Form und Topologie der Schale erlaubt. Zusätzlich wird durch die Fertigungsrestriktion auch die Fertigbarkeit der resultierenden Entwürfe sichergestellt. Der Ablauf einer Optimierungsprozedur mit NOCS ist in Abbildung 5-2 dargestellt. Der/die Anwender\*in gibt ein Schalen-Modell zur Crashberechnung und ein Voxel-Modell, das den Bauraum vorgibt, zu Beginn in den Prozess. Das Schalen-Modell ist so aufgebaut, dass alle Informationen für eine Crashberechnung enthalten sind. Also beispielsweise die Kontaktdefinitionen, initiale Geschwindigkeiten von Körpern, Materialdaten, Randbedingungen und die vernetzten Strukturen, inklusive der initialen Form der zu optimierenden Schale. Das Voxel-Modell kann sehr viel einfacher gehalten sein. Es müssen nur der Bauraum, eventuell nicht zum Entwurfsbereich gehörende aber dennoch zu berücksichtigende Bereiche und Randbedingungen gegeben sein. Letztere können auch aus dem Schalen-Modell entnommen werden, wenn sie passend definiert sind, wie etwa durch Boxen im Raum. In der äußeren Schleife wird die Crashberechnung durchgeführt und ausgewertet. Die Kontaktkräfte werden als Lastfälle auf das Voxel-Modell übertragen. Die Unterteilung der Kontaktkräfte in verschiedene Lastfälle erfolgt anhand des zeitlichen Auftretens der Kontaktkräfte. Der/die Benutzer\*in gibt Zeitpunkte der Crashsimulation an, die in der inneren Schleife berücksichtigt werden sollen. Jeder berücksichtigte Zeitpunkt führt zu einem Lastfall in der Topologieoptimierung, in dem alle Kontaktkräfte des entsprechenden Zeitpunkts wirken. Welche Zeitpunkte berücksichtigt werden sollen, wird vor der Optimierung festgelegt, die Auswahl sollte an die Problemstellung angepasst sein. Nach Durchführung der inneren Schleife, also der Topologieoptimierung mit Fertigungsrestriktion, wird das Ergebnis wie beschrieben in ein Schalen-Modell zur Crashberechnung zurückgeführt. Die Schalen-Elemente des Entwurfsraums werden nach jeder Durchführung der inneren Schleife durch das daraus resultierende Ergebnis ersetzt. Dann erfolgt eine erneute Crashberechnung des geänderten Entwurfs. An diesem Punkt schließt sich die äußere Schleife.



**Abbildung 5-2:** Ablauf einer Optimierungsprozedur mit NOCS

Sind die Eingangsdaten, also Schalen-Modell, Voxel-Modell und Optimierungs-konfiguration vorhanden und der Prozess gestartet, läuft dieser komplett automatisch ab. Das ist durch die Kopplung verschiedener Programme durch das Hauptprogramm, das den Prozess steuert, möglich. Ausgelagert werden Programme für die statisch lineare FE-Analyse (OptiStruct<sup>®</sup>), für die Crashberechnung (LS-Dyna<sup>®</sup>) und, wo erforderlich, für eine automatische Neuvernetzung (HyperMesh<sup>®</sup>). Das Topologieoptimierungsprogramm (C++) ist mit der Arbeit von Dienemann et al. (2018) entstanden. Es umfasst

neben allen für die Fertigungsrestriktion nötigen Funktionen auch einen vollständigen Prozess zur Topologieoptimierung von Voxel-Modellen mit der Dichte-Methode für eine Vielzahl unterschiedlicher Ziel- und Restriktionsfunktionen. Darunter auch die Beulsicherheit. Der Optimierungsprozess NOCS ist durch Einbindung dieses Programms in die äußere Schleife entstanden.

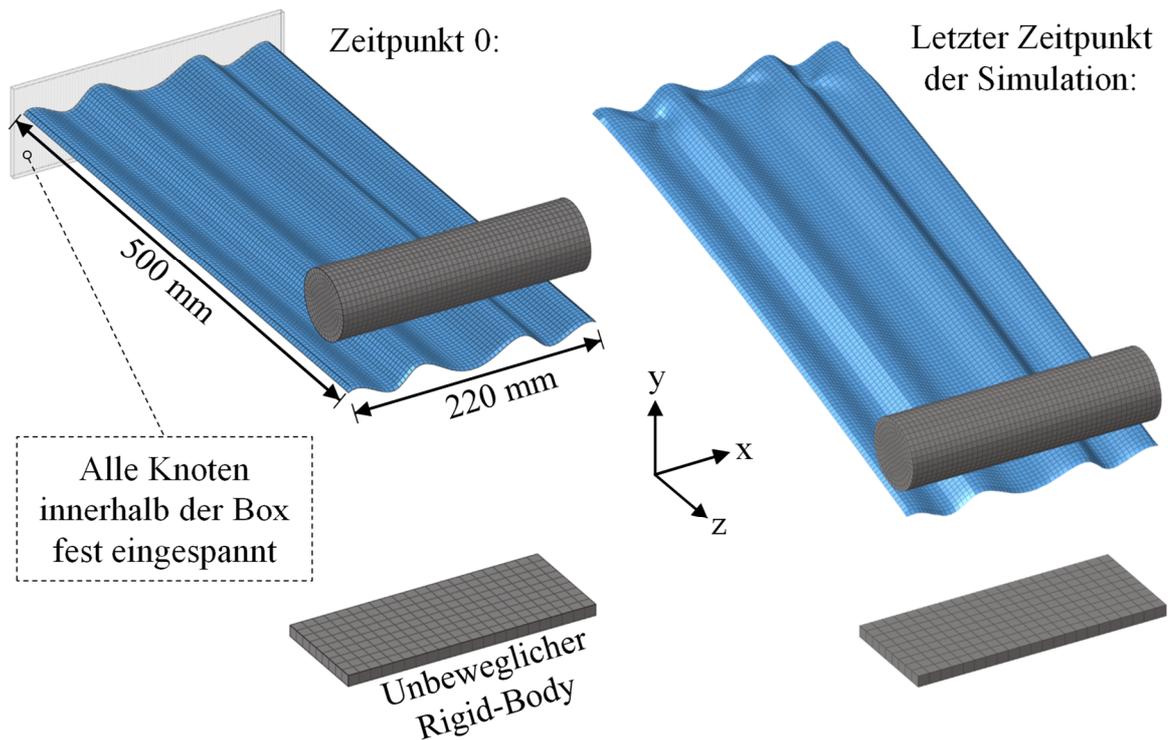
## 5.2 Folgen der Linearisierung und statischen Betrachtung

Wie zuvor beschrieben sind die Vorgänge bei Crash weder linear noch statisch. Die Linearisierung und statische Betrachtung ist daher im besten Fall eine gute Approximation des tatsächlichen Verhaltens. Daher ist die regelmäßige Überprüfung der tatsächlichen Eigenschaften des Crashverhaltens in der äußeren Schleife durch eine entsprechende Simulation mit einem Solver wie LS-Dyna<sup>®</sup> unerlässlich. Viele Effekte, die eigentlich stattfinden, werden in der inneren Schleife aufgrund der statisch linearen Betrachtungsweise überhaupt nicht berücksichtigt. Dazu zählen sich ändernde Kontaktphänomene, plastische Dehnung des Materials oder das Verhalten bei Stabilitätsverlust. Wird in der Crashberechnung Materialversagen einbezogen, wird auch dieses in der inneren Schleife ebenfalls nicht berücksichtigt. Durch die statische Betrachtung können keine Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen in der inneren Schleife ermittelt werden. Die Verschiebungen, Dehnungen und Spannungen werden in der inneren Schleife aufgrund des linearen Materialverhaltens und der fehlenden Modellierung von plastischem Materialverhalten deutlich von den tatsächlichen Werten abweichen. Das führt dazu, dass viele potentielle Zielfunktionen und Restriktionen nicht, oder zumindest nicht direkt während der Topologieoptimierung einbezogen werden können. Die während der Topologieoptimierung verfügbaren Ziel- und Restriktionsfunktionen sind Knotenverschiebungen und alles, was sich daraus ermitteln lässt (wie die Elementspannungen oder die mittlere Nachgiebigkeit), die Masse (oder das Volumen), Eigenfrequenzen und die Beulsicherheit. Für die Werte von Ziel- und Restriktionsfunktionen, die in der inneren Schleife nicht ermittelt werden können, wie etwa die Intrusion oder die Beschleunigung eines Körpers während des Crashvorgangs, ist ein Ersatz erforderlich. Es muss entweder aus dem, was verfügbar ist, eine Ziel- oder Restriktionsfunktion mit einem ausreichenden Zusammenhang zu der tatsächlichen Ziel- oder Restriktionsfunktion im Crash gefunden werden oder ein Ersatz aus dem Verfügbaren errechnet werden. Weil das tatsächliche Verhalten während der Topologieoptimierung unbekannt ist, kann durch diese auch kein tatsächliches Optimum gefunden werden, zumindest nicht mit Sicherheit. Sie kann nur ein Optimum für

die statische und linearisierte Approximation der tatsächlichen Problemstellung finden. Ebenfalls anzumerken ist, dass der hier verwendete Prozess der inneren Schleife in der Regel kein globales Optimum dieser Approximation, sondern wahrscheinlich ein lokales Optimum findet, abhängig vom Startentwurf. Aus Ingenieurssicht ist es aber in den meisten Fällen ausreichend, wenn eine deutliche Verbesserung eines Entwurfs mit vertretbarem Ressourcenaufwand möglich ist. Es ist anzunehmen, dass genau das bei Crash oft der Fall ist. Durch die iterative Vorgehensweise in der äußeren Schleife kann bei einem Ausbleiben einer Verbesserung nach Durchführung der inneren Schleife weitergemacht werden, bis eine Verbesserung erreicht wird.

### **5.3 Ein Beispiel von Eingangsdaten für den NOCS-Prozess**

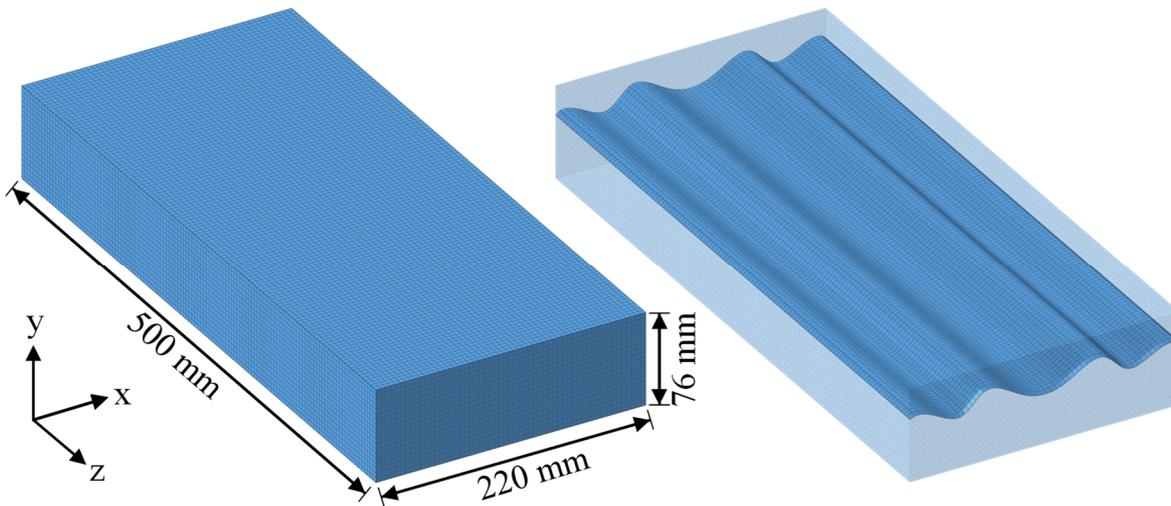
Für den automatisch ablaufenden Optimierungsprozess NOCS sind drei verschiedene Eingangsdaten erforderlich. Das sind das FE-Modell zur Crashberechnung, das Voxel-Modell für die innere Schleife und die Optimierungskonfiguration. Letztere enthält Angaben wie das Ziel der Optimierung, Restriktionen, die Zeitpunkte, zu denen die Kontaktkräfte in Lastfälle überführt werden sollen und Voxel und welche Schalen-Elemente zum Entwurfsraum gehören. Das FE-Modell zur Crashberechnung kann ohne Besonderheiten aufgebaut werden. Was zu vermeiden ist, sind Angaben, die sich direkt auf die Identifikationsnummern der Knoten der Schalen-Elemente beziehen, die zum Entwurfsraum gehören. Weil sich diese wegen der automatischen Neuvernetzung im NOCS-Prozess verändern können, kann es bei Definitionen, die sich auf diese Knoten-Identifikationsnummern beziehen, zu Problemen kommen. Knoten und Elemente, die nicht zum Entwurfsraum gehören und daher auch im Prozess nicht neu vernetzt werden müssen, bleiben davon unbeeinträchtigt. Solche knotenbezogenen Angaben, wie sie beispielsweise bei *Single-Point-Constraints* verwendet werden können, sollten beispielsweise mit Boxen definiert werden, sodass auch bei einer Änderung der betreffenden FE und der zugehörigen Knoten weiterhin eine funktionierende Definition im Schalen-Modell vorhanden ist. Auf diese Weise können sich durch die Änderung des Entwurfs neue Stellen der Anbindung ergeben und andere verworfen werden. Ein Beispiel, wie ein solches FE-Modell für die Crashberechnung im NOCS-Prozess aussehen kann, ist in Abbildung 5-3 dargestellt.



**Abbildung 5-3:** Schalen-Modell zur Crashberechnung „Biegung“, Zustand zum Zeitpunkt 0 (links) und zum Ende der Simulation (rechts), leicht modifiziert aus (Clemens und Schumacher 2023a)

Das Modell besteht aus einem Blech, welches am hinteren Ende fest eingespannt ist. Vorne wird die Struktur von einem *Rigid-Body* Impaktor getroffen, der selbst keinerlei Verformung erfährt. In diesem Beispiel hat der Impaktor eine initiale Geschwindigkeit in negativer  $y$ -Richtung und kann weder rotieren noch sich in die  $x$ - oder  $z$ -Richtung bewegen. Der zweite *Rigid-Body* unterhalb des Impaktors ist fest eingespannt. Er dient als Barriere für den Fall, dass das Blech den Impaktor nicht aufhalten kann. Die Simulation wird so lange fortgesetzt, bis sich die Bewegungsrichtung des Impaktors zum ersten Mal ändert oder seine Geschwindigkeit null wird. Wird das Blech als Entwurfsraum definiert, wird dieses durch den NOCS-Prozess in seiner Form und Topologie verändert. Das mit diesem Eingangsmodell übergebene Blech kann dann als initialer Entwurf angesehen werden. Dieses ist zwar nicht der initiale Entwurf für die Topologieoptimierung (das ist das Voxel-Modell), aber die Form und Topologie des initialen Schalen-Modells entscheidet mit über die entstehenden Kontaktkräfte und deren Lage, welche dann die Lastfälle in der Topologieoptimierung sind. Was in dem FE-Modell zur Crashberechnung festgelegt wird, wird auch im Verlauf des NOCS-Prozesses beibehalten, mit der Ausnahme der Schalen-Elemente, die zum Entwurfsraum gehören. In Abbildung 5-4 ist ein Voxel-Modell dargestellt, wie es für die Optimierung des in

Abbildung 5-3 dargestellten Schalen-Modells zur Crashberechnung im NOCS Prozess eingesetzt wird. Die Elementkantenlänge der Voxel in diesem Beispiel beträgt 4 mm.



**Abbildung 5-4:** Voxel-Modell für die innere Schleife (links) und Vergleich mit Größe und Lage der initialen Blechstruktur aus dem Schalen-Modell (rechts)

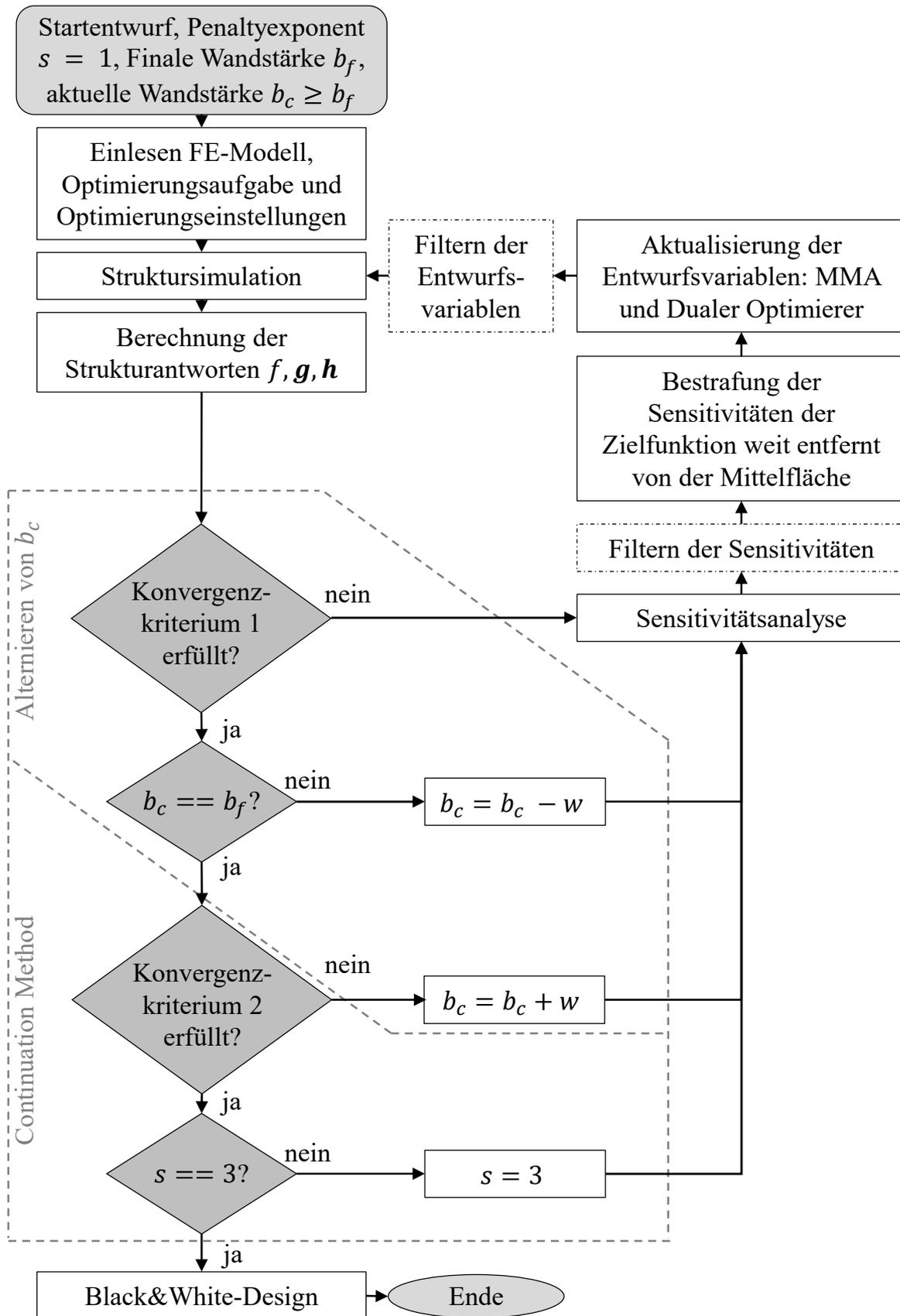
Der Voxel-Bauraum kann frei gewählt werden, das gezeigte Voxel-Modell ist daher nur eine Möglichkeit. Der Entwurfsraum des Voxel-Modells und die initiale Schalenstruktur, die es zu optimieren gilt, sollten sich aber überlappen. Ansonsten ist keine sinnvolle Übertragung der Kontaktkräfte aus der Crashberechnung auf das Voxel-Modell möglich. Außer den Voxel selbst muss im Voxel-Modell nichts weiter konfiguriert sein. Die Lastfälle werden vom Prozess generiert und die Materialeigenschaften, die für die Simulation von linearem Materialverhalten erforderlich sind, werden aus dem Schalen-Modell übernommen. Prinzipiell kann bei Bedarf aber im Voxel-Modell noch mehr Information enthalten sein als nur die Voxel selbst. Grundsätzlich kann alles modelliert werden, was in statisch linearen Simulationen möglich ist.

## 6. Innere Schleife des Optimierungsprozesses

Für die Topologieoptimierung, die die innere Schleife bildet, wird die Dichte-Methode (Kapitel 2.5) mit einer Bestrafung der Zwischendichten durch den SIMP-Ansatz verwendet. Die Sensitivitäten werden analytisch mittels der adjungierten Methode ermittelt. Die Aktualisierung der Entwurfsvariablen erfolgt durch die Approximation der Ziel- und Restriktionsfunktionen mit der *Method of Moving Asymptotes* (Svanberg 1987), kurz MMA, und einer anschließenden Lösung des Optimierungsproblems für die so ermittelten Näherungsfunktionen. Die MMA führt zu einer konvexen separierbaren Näherungsfunktion auf der Basis des aktuellen Werts der tatsächlichen Funktion (hier Zielfunktion oder Restriktionsfunktion) und deren Sensitivitäten. Durch Aufstellen des dualen Problems (Schumacher 2020) und Einsetzen in die Lagrange-Funktion kann das Optimierungsproblem effizient gelöst werden. Der ganze Ablauf der inneren Schleife ist detailliert in der Dissertation von Dienemann (2018) beschrieben. Ein Überblick über alles, was zum Verständnis der vorliegenden Arbeit erforderlich ist, wird im Folgenden gegeben.

### 6.1 Ablauf der inneren Schleife

Die entscheidende Eigenschaft der Vorgehensweise in der inneren Schleife ist, dass, gemessen an der Anzahl der Entwurfsvariablen, diese einen sehr effizienten Prozess darstellt, den es so für eine direkte Optimierung von crashbelasteten Bauteilen bisher nicht gibt. Der vollständige hier verwendete Ablauf des Prozesses in der inneren Schleife ist in Abbildung 6-1 dargestellt.



**Abbildung 6-1:** Ablauf der inneren Schleife, Topologieoptimierung mit Fertigungsrestriktion zur einstufigen Tiefziehbarkeit, modifiziert aus (Dienemann 2018)

Zunächst wird eine Struktursimulation durchgeführt, um die Eigenschaften des aktuellen Entwurfs in Form der Strukturantworten ermitteln zu können. Anschließend werden die Sensitivitäten berechnet und durch die Fertigungsrestriktion angepasst. Dann wird der Entwurf auf Grundlage der veränderten Sensitivitäten angepasst und die Struktursimulation wiederholt, und die Schleife schließt sich. Werden die Konvergenzkriterien erfüllt, wird der Prozess beendet. Die verwendete Fertigungsrestriktion verlangsamt das Konvergieren der Topologieoptimierung, da sich die Mittelfläche in Richtung eines Optimums bewegen muss. Um die Bewegung der Mittelfläche zu beschleunigen, wird die Zielwandstärke während der Topologieoptimierung variiert. Statt mit der tatsächlich gewünschten finalen Wandstärke  $b_f$  zu starten, wird mit einer Wandstärke  $b_c$  begonnen, die vergrößert ist. Anschließend wird zwischen  $b_f$  und  $b_c$  alterniert. Dieses Vorgehen kann das Konvergenzverhalten verbessern, da es so häufiger dazu kommt, dass nicht alle Voxel innerhalb des nicht bestrafte Bereichs der Zielwandstärke die volle Dichte haben und sich die Mittelfläche so schneller in die Richtung der Verbesserung bewegen kann. Beendet wird die Optimierung mit der finalen Wandstärke  $b_f$ . Der Einsatz der *Continuation Method* dient ebenfalls der Verbesserung des Konvergenzverhaltens der Topologieoptimierung. Bei der *Continuation Method* wird die Topologieoptimierung zunächst mit einem kleinen Bestrafungsexponenten  $s$  gestartet und der Wert im Verlauf der Optimierung erhöht. Es werden zwei Konvergenzkriterien eingesetzt. Trotz dieser Maßnahmen braucht eine Topologieoptimierung mit der Fertigungsrestriktion meistens deutlich mehr Iterationen als ohne die Fertigungsrestriktion. Ein Faktor für die Iterationsanzahl von zwei oder sogar mehr ist nicht ausgeschlossen. Da Voxel mit linearer Ansatzfunktion genutzt werden, werden auch Filtertechniken eingesetzt. In dieser Arbeit wird ein Dichte-Filter verwendet. An zwei Stellen im Optimierungsablauf werden Konvergenzkriterien geprüft. Für Konvergenzkriterium 1 wird zuerst die Größe der Änderung der Zielfunktion zwischen der aktuellen Iteration  $d$  und der Iteration davor geprüft:

$$\left| \frac{f^{(d)} - f^{(d-1)}}{f^{(d)}} \right| < 0,001. \quad (6.1)$$

Wird 6.1 erfüllt und liegt außerdem die maximale Änderung der Entwurfsvariablen unterhalb der folgenden Schwelle:

$$\max_i |x_i^{(d)} - x_i^{(d-1)}| < 0,01 \quad (6.2)$$

Oder hat sich die Zielfunktion  $f^{(d)}$  im Vergleich zu  $f^{(d-1)}$  im Sinne des Optimierungsziels verschlechtert, gilt Konvergenzkriterium 1 als erfüllt. Konvergenzkriterium 2

wird nur dann geprüft, wenn Konvergenzkriterium 1 erfüllt ist und die aktuell geforderte Wandstärke  $b_c$  gleich  $b_f$ , also der final erwünschten Wandstärke ist. Die Iteration  $d_n$  ist die erste Iteration, die diese Bedingungen erfüllt. Durch Konvergenzkriterium 1 ist bereits festgestellt, dass die Optimierung ohne weiteres Alternieren der Wandstärke beendet werden kann. Konvergenzkriterium 2 überprüft, ob sich durch das Alternieren der Wandstärke noch eine ausreichend große Änderung der Zielfunktion ergeben hat, um einen weiteren Durchlauf der Alternierung der Zielwandstärke zu rechtfertigen. Hierzu wird die Änderung zwischen dem Wert der Zielfunktion  $f^{(d_n)}$  aus der aktuellen Iteration und dem Wert der Zielfunktion  $f^{(d_{n-1})}$  aus der Iteration, in der Konvergenzkriterium 1 zuletzt erfüllt wurde, geprüft:

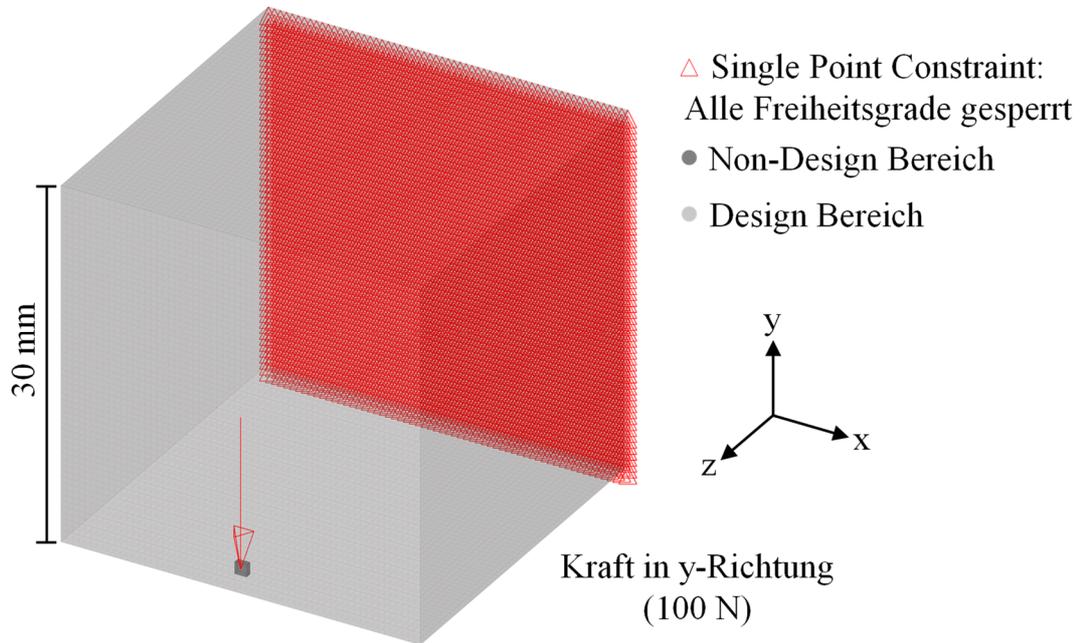
$$\left| \frac{f^{(d_n)} - f^{(d_{n-1})}}{f^{(d_n)}} \right| < 0,001. \quad (6.3)$$

Ist auch Konvergenzkriterium 2 erfüllt, wird ein *Black&White* Entwurf aus dem Ergebnis erstellt. Dazu werden die Voxel nach ihrer Dichte in der letzten Iteration sortiert. Dann wird Voxel für Voxel in den *Black&White* Entwurf aufgenommen, begonnen bei dem Voxel mit der höchsten Dichte hin zu dem Voxel mit der niedrigsten Dichte. Aufgenommene Voxel bekommen die volle Dichte zugewiesen. Ist die Masse der letzten Iteration der Topologieoptimierung erreicht, werden keine weiteren Voxel mehr aufgenommen. Die übergebliebenen Voxel werden vollständig entfernt. Danach ist die innere Schleife beendet. Bei der ersten Durchführung der inneren Schleife wird der Bauraum mit einer homogenen Materialverteilung als Startentwurf verwendet. Bei allen folgenden Durchführungen der inneren Schleife wird das Ergebnis der letzten Topologieoptimierung als Startentwurf verwendet. Dadurch wird einerseits die Anzahl der benötigten Iterationen reduziert, wenn der Entwurf nur leicht angepasst wird. Andererseits werden sprunghafte Änderungen des Entwurfs zwischen den Iterationen der äußeren Schleife weniger wahrscheinlich. Stattdessen wird ein kontinuierlicher und nachvollziehbarer Änderungsprozess über die Iterationen der äußeren Schleife gefördert.

## 6.2 Beispiel einer Topologieoptimierung mit Tiefziehrestriktion

Neben dem *Black&White* Entwurf gibt es noch die Mittelfläche aus der letzten Iteration der Topologieoptimierung. Diese Mittelfläche bezieht sich immer auf die letzte Dichteverteilung vor der Erstellung des *Black&White* Entwurfs. Das folgende einfache Beispiel einer Topologieoptimierung dient der Demonstration des Einflusses der Fertigungsrestriktion auf das Ergebnis der Topologieoptimierung. Das in Abbildung

6-2 dargestellte Voxel-Modell eines würfelförmigen Bauraums, in dem eine Einzelkraft wirkt, wird hierzu mit dem zuvor beschriebenen Prozess sowohl mit als auch ohne die Fertigungsrestriktion optimiert.



**Abbildung 6-2:** Einfaches Voxel-Modell in Würfelform, transparente Darstellung der Voxel (Elementkantenlänge 0,5 mm)

Wird als Zielfunktion die mittlere Nachgiebigkeit  $C$  gewählt, die unter Einhaltung einer Volumenrestriktion minimiert werden soll:

$$\min C \quad (6.4)$$

sodass

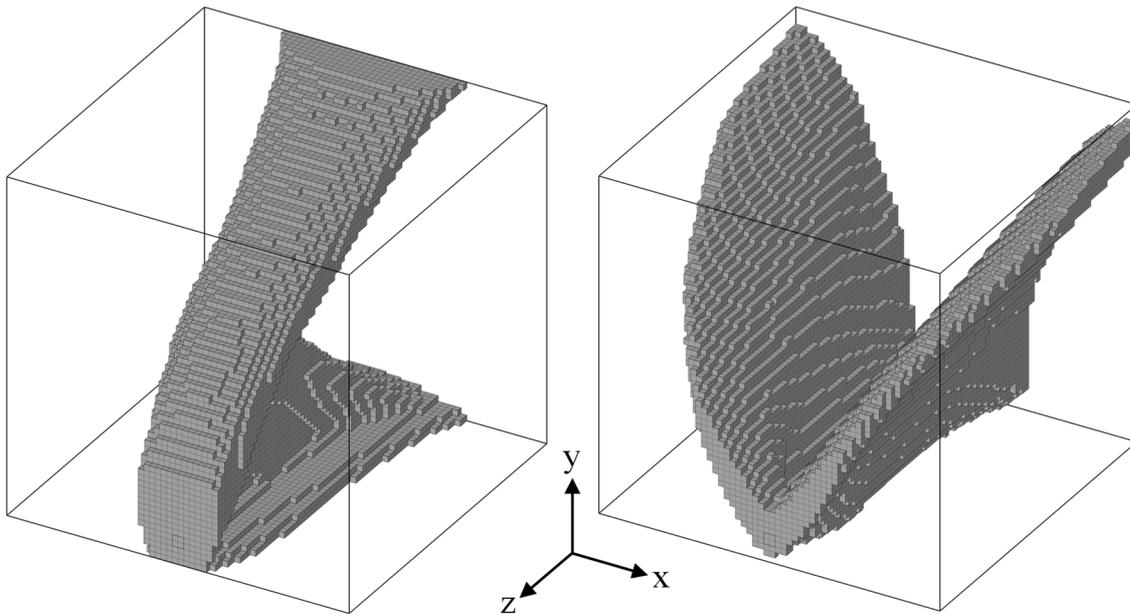
$$v \leq v^U = 0,1 \quad (6.5)$$

$$x_i^L = 0,001 \leq x_i \leq x_i^U = 1, \quad (6.6)$$

dann ergeben sich die in Abbildung 6-3 dargestellten Ergebnisse für die Optimierung mit und ohne den Einsatz der Fertigungsrestriktion. Der Wert  $v$  gibt einen auf das Gesamtvolumen des Entwurfsraums  $V_0$  bezogenen und normierten Anteil des aktuellen Volumens  $V(\mathbf{x})$  an:

$$v = \frac{V(\mathbf{x})}{V_0} = \frac{1}{V_0} \sum_{i=1}^n x_i V_{0i}, \quad (6.7)$$

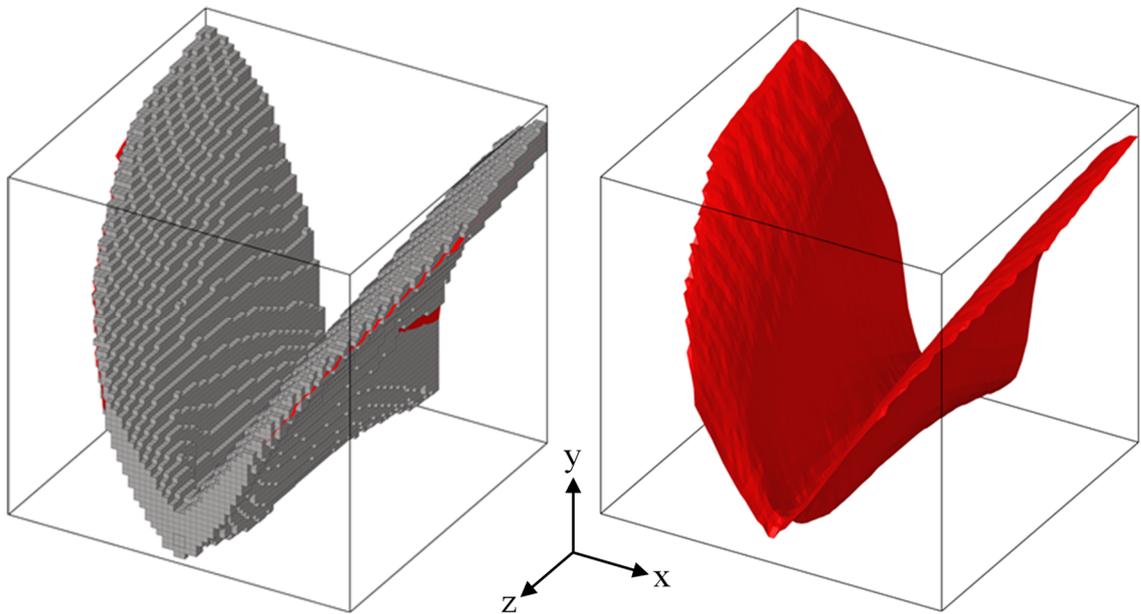
wobei  $V(\mathbf{x})$  das von dem Vektor der Entwurfsvariablen  $\mathbf{x}$  abhängige Gesamtvolumen und  $V_0$  das Gesamtvolumen des Entwurfsraums bei voller Dichte ist. Die Materialeigenschaften sind die von Stahl mit einem Elastizitätsmodul  $E_0$  von 210.000 MPa, einer Poissonzahl von 0,3 und einer Dichte  $\tilde{x}_0$  von  $7,85E-9$  t/mm<sup>3</sup>. Bei der Optimierung mit Fertigungsrestriktion ist die vorgegebene Stempelrichtung gleich der y-Richtung, und die geforderte Wandstärke  $b_f$  entspricht 4 Voxel-Kantenlängen.



**Abbildung 6-3:** Ergebnisse der Topologieoptimierung ohne Fertigungsrestriktion (links) und mit Fertigungsrestriktion zur einstufigen Tiefziehbarkeit (rechts)

Wie zu erwarten verändert der Einsatz der Fertigungsrestriktion das Ergebnis deutlich, hin zu einer Schale, die in Stempelrichtung frei von Hinterschneidungen ist und keine Rippen aufweist. Die Masse bzw. das Volumen der beiden Entwürfe ist identisch und liegt an der Restriktionsgrenze. Da die Fertigungsrestriktion einen Schalen-Entwurf erzwingt und dadurch den Lösungsraum indirekt einschränkt, ist der Wert der Zielfunktion nach der Optimierung ohne Fertigungsrestriktion (0,1353 Nmm) besser, als nach der Optimierung mit Fertigungsrestriktion (0,1676 Nmm). Da die Topologieoptimierung aber in der Regel nur ein lokales Optimum findet, kann es vorkommen, dass auch eine Einschränkung des Lösungsraums eine Verbesserung des Ergebnisses bewirkt, wenn dadurch ein besseres lokales Optimum gefunden wird. In den meisten Fällen wird sich das Ergebnis durch die Anwendung der Fertigungsrestriktion in der Optimierung verschlechtern, weil im Sinne der Zielfunktion bessere, aber nicht fertigmögliche Lösungen ausgeschlossen werden.

Neben dem Voxel-Ergebnis ist nach der Optimierung mit der Fertigungsrestriktion auch noch die Mittelfläche aus der letzten Iteration der Optimierung ein nutzbares Ergebnis. In Abbildung 6-4 ist die Mittelfläche aus der letzten Iteration der Optimierung im Vergleich mit dem Voxel-Ergebnis dargestellt.



**Abbildung 6-4:** Mittelfläche aus der letzten Iteration der Optimierung im Vergleich mit dem Voxel-Ergebnis

Wie zu erkennen ist, sind die letzte Mittelfläche und das Voxel-Ergebnis erwartungsgemäß deckungsgleich. Und weil auch das Voxel-Ergebnis durch den Einsatz der Fertigungsrestriktion in der Optimierung eine Schale ist, bilden das Voxel-Ergebnis und die letzte Mittelfläche im Grunde dieselbe Struktur ab. Das macht die Mittelfläche zu einem wertvollen weiteren Ergebnis der Optimierung, weil es diese leicht macht, das Voxel-Ergebnis wieder in ein Schalen-Modell zu überführen. Es bleiben trotzdem Unterschiede zwischen Voxel-Modell und Mittelfläche, wie auch in Abbildung 6-4 erkennbar ist. Im Bereich der Krafteinleitung läuft die Mittelfläche zu einer spitzen „Nase“ zusammen, während das Voxel-Ergebnis an dieser Stelle eine massivere Struktur ist. Das Material sammelt sich an dieser Stelle an der Entwurfsraumgrenze. Im Bereich der Anbindung gibt es einen kleinen Bereich, an dem die Mittelfläche aus dem Voxel-Ergebnis leicht heraustritt. Insgesamt sind die Unterschiede aber geringfügig.



## 7. Äußere Schleife des Optimierungsprozesses

Die äußere Schleife umfasst die Crashberechnung sowie alle Prozesse, die eine automatisch ausführbare Abfolge des Gesamtprozesses ermöglichen. Diese Prozesse müssen zwei Aufgaben erfüllen. Die erste Aufgabe ist das Abschließen aller Vorbereitungen, die für die Durchführung der inneren Schleife erforderlich sind. Hierzu muss der Aufbau eines Voxel-Modells mit Lastfällen, die aus den Kontaktkräften der Crashberechnung resultieren, zur anschließenden Topologieoptimierung in der inneren Schleife automatisiert gestartet werden. Die zweite Aufgabe folgt nach der inneren Schleife und ist die automatische Überführung des Voxel-Ergebnisses aus der inneren Schleife in ein Schalen-Modell, das zur erneuten Crashberechnung mit LS-Dyna® geeignet ist.

### 7.1 Crashberechnung

Für die Crashberechnungen in dieser Arbeit wird die Software LS-Dyna® verwendet. Die Zeitintegration erfolgt immer mit dem expliziten Verfahren. Materialversagen wird nicht berücksichtigt. Prinzipiell wäre das aber möglich. Die verwendete Kontaktmodellierung wurde in Kapitel 2.3.4 beschrieben. Beim Durchlaufen der äußeren Schleife wird die Crashberechnung so wenig wie möglich verändert. Es werden ausschließlich die Schalenelemente, die zum Entwurfsraum gehören, nach jeder Iteration der äußeren Schleife aktualisiert. Alle anderen Aspekte der Crashberechnung bleiben unverändert. Sie werden durch das initiale Modell zur Crashberechnung vorgegeben. Die in diesem initialen Modell enthaltenen Informationen, etwa alle Konfigurationen zur Kontaktmodellierung, zum Materialverhalten oder zu den initialen Geschwindigkeiten bleiben ansonsten unverändert.

### 7.2 Generierung von Lastfällen für die innere Schleife

#### 7.2.1 Prinzipielle Vorgehensweise

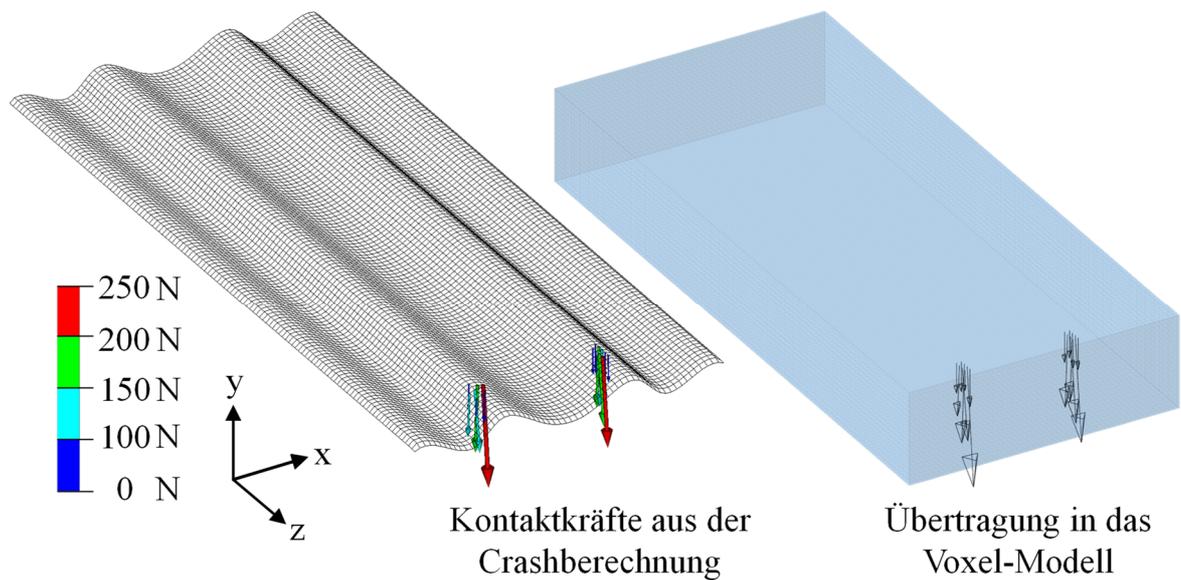
Da die Kontaktkräfte der unterschiedlichen Zeitpunkte nicht zusammen, sondern zeitlich getrennt voneinander auftreten, werden diese in unterschiedliche Lastfälle aufgeteilt. Für jeden Zeitpunkt der Crashberechnung kann ein Lastfall generiert werden. Die potentielle Anzahl an Lastfällen hängt daher nicht nur von der Menge an Kontaktereignissen und ihrer Dauer, sondern auch von der Größe des Zeitschritts der Kontaktmodellierung ab. Welche Kontaktkräfte zur Lastfall-Generierung für die innere Schleife genutzt werden sollen, wird durch Auswahl der entsprechenden

Kontaktdefinitionen im Schalenmodell zur Crashberechnung festgelegt. Durch die Aufteilung in mehrere Kontaktdefinitionen, beispielsweise zwischen Impaktor und Struktur und Struktur mit Struktur können gezielt Kontaktkräfte aus bestimmten Kontaktereignissen berücksichtigt oder ausgeschlossen werden. Für jede ausgewählte Kontaktdefinition kann festgelegt werden, ob die Kräfte, die für die Segment-Rolle oder die Kräfte, die für die Knoten-Rolle ermittelt worden sind, verwendet werden sollen oder beide Kräfte. Die Kontaktkräfte werden unverändert übertragen, es muss von dem NOCS-Prozess nur die Position der Kontaktkräfte im Voxel-Netz festgelegt werden. Für die Position jeder Kontaktkraft im Schalen-Modell wird das unverformte Schalen-Modell herangezogen. Jede dieser Kontaktkräfte wird auf den Knoten im Voxel-Modell mit dem geringsten Abstand übertragen, der im Entwurfsraum existiert. Die Alternative wäre die Positionierung der Kontaktkräfte dort, wo Sie im verformten Zustand der Struktur auftreten. Das unverformte Schalen-Modell wird aus zwei Gründen statt des verformten Schalen-Modells zur Positionierung der Kräfte genutzt:

1. Die meist großen Deformationen beim Crash führen häufig dazu, dass das Schalenmodell nach der Deformation deutlich außerhalb des Voxel-Bauraums liegt (siehe Abbildung 5-3) und keine sinnvolle Übertragung der Kontaktkräfte mehr möglich ist. Besonders aufgrund der großen Verformungen und der Veränderung der Struktur im Prozess wäre eine Sicherstellung einer sinnvollen Übertragbarkeit eine Herausforderung.
2. Es ist fraglich, ob selbst bei einer garantierten Überlappung mit dem Voxel-Bauraum die resultierenden Positionen sinnvoll für eine Optimierung wären. In vielen Fällen würden sich in weit verstreuten Bereichen des Voxel-Bauraums Kräfte ergeben. Unabhängig von der Zielfunktion müssten diese verstreuten Krafteinleitungen an die Struktur angebunden werden, was mehr Materialeinsatz erforderlich macht, ohne dass ein klarer Nutzen abzusehen ist.

Durch die gewählte Vorgehensweise wird die Position der Kontaktkräfte nicht dauerhaft eingeschränkt, weil sich durch die Änderung der Schalen-Struktur in jeder Iteration der äußeren Schleife wieder andere Orte des Kontakts ergeben können. Für die innere Schleife relevante Randbedingungen werden direkt aus dem Schalen-Modell übertragen oder können alternativ im Voxel-Modell definiert werden. Da für eine Topologieoptimierung immer eine ausreichend feine Vernetzung erforderlich ist, so dass die Anzahl der Entwurfsvariablen ausreichend groß ist, kommt es bei der Positionierung der Kontaktkräfte im Voxel-Modell nur zu kleinen Abweichungen im Vergleich zur tatsächlichen Position, an der die Kontaktkraft aufgetreten ist. In Abbildung 7-1 ist ein Beispiel von so einer Übertragung dargestellt. Die dargestellten

Kontaktkräfte resultieren aus dem ersten Kontakt des in Abbildung 5-3 gezeigten Schalen-Modells in der Crashberechnung.



**Abbildung 7-1:** Übertragung der Kontaktkräfte eines Zeitpunktes der Crashberechnung auf das Voxel-Modell

Obwohl das Schalen-Modell in der  $y$ - $z$ -Ebene symmetrisch ist, sind es die Kontaktkräfte nicht. Das resultiert aus der leicht unsymmetrischen Vernetzung. Zwar könnte hier darauf geachtet werden, dass das initiale Schalen-Modell perfekt symmetrisch vernetzt ist, doch das lässt sich bei einer automatischen Neuvernetzung nur mit weiteren Maßnahmen wie einer einseitigen Neuvernetzung und anschließenden Spiegelung garantieren. Da solche Maßnahmen zum Zeitpunkt dieser Arbeit nicht in den Prozess implementiert sind, wäre diese Symmetrie schon nach der ersten Iteration der äußeren Schleife nicht mehr vorhanden. Das gilt wegen der Neuvernetzung auch dann, wenn das Voxel-Ergebnis nach der inneren Schleife symmetrisch ist, was sich durch entsprechende Symmetrie-Bedingungen in der Topologieoptimierung leicht erreichen lässt.

### 7.2.2 Auswahl der Zeitpunkte zur Lastfall-Generierung

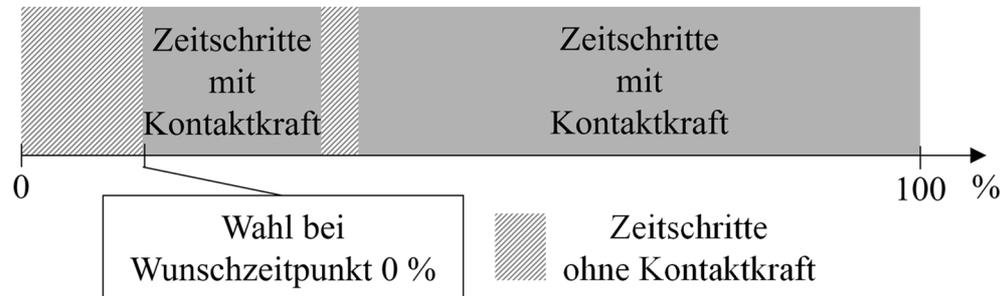
Es wirkt zunächst naheliegend, die Kontaktkräfte jedes Zeitpunktes der Crashberechnung auch als Lastfälle in der inneren Schleife zu berücksichtigen. Alle Zeitpunkte, an denen die Ergebnisse auch nach der Crashberechnung vorliegen, können verwendet werden. Jeder Lastfall erhöht den Rechenaufwand in der inneren Schleife, jedoch ist dieser verglichen mit der Crashberechnung von großen Modellen, wie etwa einem Fahrzeugmodell, eher gering. Das Risiko bei der Verwendung der Kontaktkräfte aus

allen Zeitschritten ist die überhöhte Gewichtung von Lasten über ihre eigentliche Bedeutung für die Zielfunktion in der Optimierung hinaus. Kommt es dazu, dass sich eine gleichförmige Verformung lange in der Crashberechnung fortsetzt, können viele Zeitschritte die in etwa selben Kontaktkräfte aufweisen. Wird aus jedem Zeitschritt dann ein Lastfall generiert, kann es so zu sehr vielen Lastfällen mit sehr ähnlichen Kräften kommen. Andere Lastfälle, die eventuell nicht weniger wichtig sind, werden dadurch geringer in der Optimierung gewichtet. Dazu kommt es, weil sich die Zielfunktion  $f(\mathbf{x})$ , abgesehen von Fällen, bei denen die Zielfunktion nicht aus den Strukturantworten resultiert (wie die Masse oder das Volumen), bei mehreren Lastfällen  $k$  aus der Summe der einzelnen Funktionswerte aus den verschiedenen Lastfällen ergibt:

$$\min f(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^n w_k f(\mathbf{x})_k. \quad (7.1)$$

Auch wenn die Gewichtungsfaktoren  $w$  eine Anpassung erlauben, müsste zur sinnvollen Gewichtung hierzu im Kontext des NOCS-Prozesses eine automatische Erkennung ähnlicher Lastfälle implementiert werden. Werden die Lastfälle in entsprechende Gruppen eingeteilt, kann aus jeder Gruppe ein repräsentativer Lastfall generiert werden. Im Idealfall werden diese außerdem noch automatisch nach ihrer Bedeutung für das Optimierungsproblem bewertet und gewichtet. Mindestens die Erkennung ähnlicher Lastfälle sollte automatisiert möglich sein, ist aber zum Stand dieser Arbeit nicht implementiert. In diesem Stand des Verfahrens werden vom/von der Benutzer\*in entweder mehrere einzelne Zeitpunkte oder Zeiträume angegeben, die zur Lastfall-Generierung verwendet werden sollen. Die Angabe erfolgt nicht durch die Angabe bestimmter Zeitpunkte, sondern durch die Angabe relativ zur gesamten Simulationszeit. Dazu wird eine Angabe zwischen 0 und 100 % gemacht, wobei 0 % dem ersten und 100 % dem letzten Zeitpunkt der Crashberechnung entspricht. Diese Vorgehensweise ist sinnvoller als bestimmte Zeitpunkte anzugeben, weil zwischen den verschiedenen Crashberechnungen in der äußeren Schleife die Anzahl der Zeitschritte und die Größe der Zeitspanne variieren können und weil nicht zu allen Zeitpunkten auch Kontaktkräfte auftreten. Wird beispielsweise die Kontaktkraft zum Zeitpunkt 0 % als Ziel angegeben, wird immer der erste auftretende Zeitpunkt mit Kontaktkräften gewählt, indem der Zeitpunkt mit Kontaktkräften ermittelt wird, der die kleinste Abweichung zu dem geforderten Zeitpunkt aufweist. Das ist beispielhaft in Abbildung 7-2 dargestellt. Liegt der Wunschzeitpunkt nicht bei 0 %, sondern weiter hinten in der Zeit, kann der Zeitpunkt mit der kleinsten Abweichung auch in der Vergangenheit liegen. Entscheidend ist, dass die zeitliche Differenz zwischen Wunschzeitpunkt und gewähltem

Zeitpunkt möglichst klein ist. Werden statt einzelner Zeitpunkte Zeitspannen angegeben, werden alle Zeitpunkte mit Kontaktkräften innerhalb dieser Zeitspannen als Lastfälle berücksichtigt.



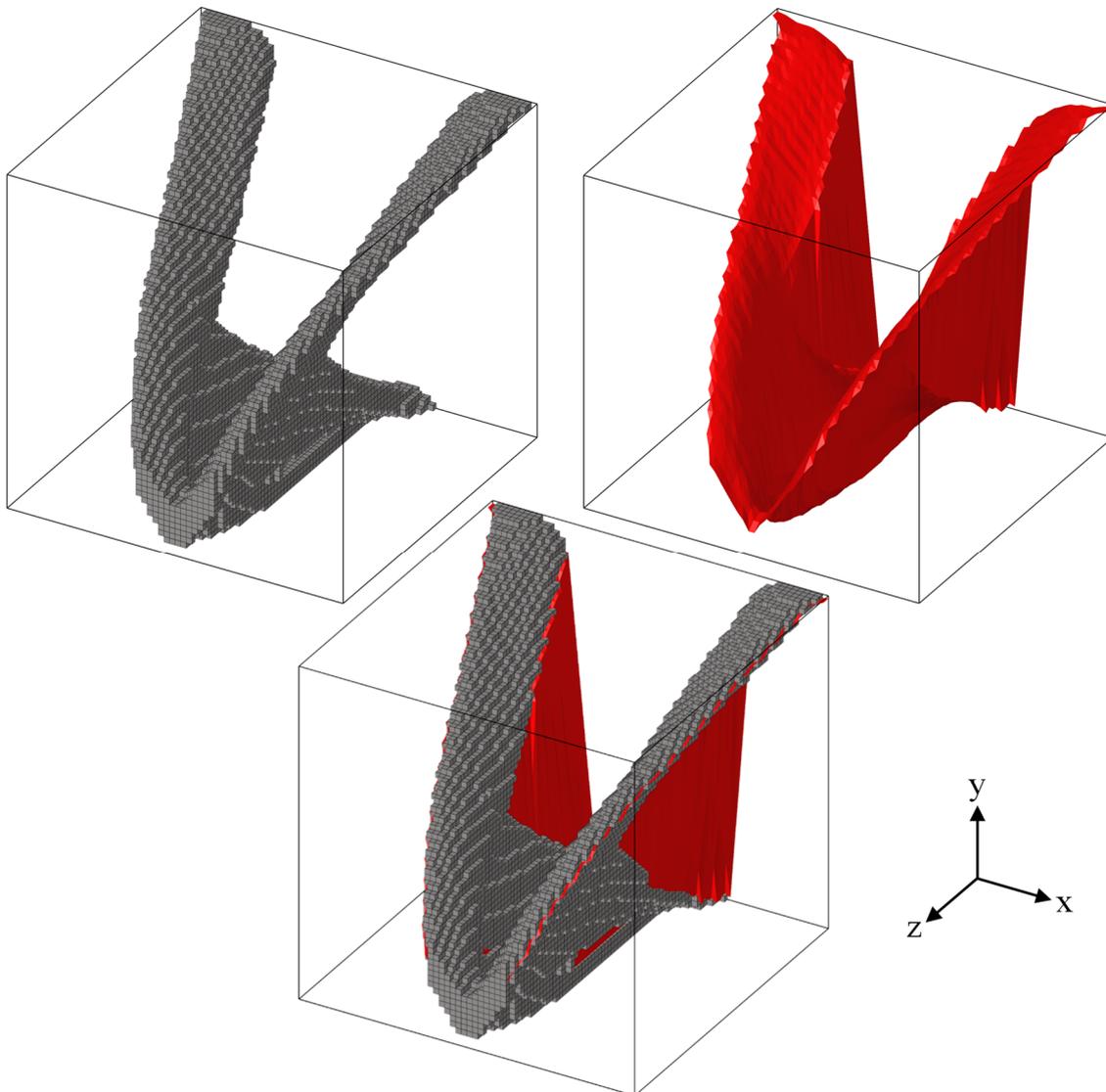
**Abbildung 7-2:** Beispiel einer möglichen Verteilung der Zeitpunkte, in denen Kontaktkräfte auftreten

Wegen der zuvor beschriebenen Gründe hat es sich bewährt, nur einen Teil der Zeitpunkte zu berücksichtigen und diese äquidistant über die gesamte Crashberechnungszeit zu verteilen. Beispielsweise mit fünf Zeitpunkten zu den relativen Zeitpunkten bei 0, 25, 50, 75 und 100 %. Ob die resultierenden Lastfälle tatsächlich genau äquidistant verteilt sind, hängt davon ab, ob zu diesen Zeiten Kontaktkräfte auftreten oder naheliegende Zeitpunkte mit Kontaktkräften gesucht werden müssen. Eine sinnvolle Auswahl bestimmter Zeitpunkte auf der Grundlage einer einmaligen Bewertung durch den/die Ingenieur\*in zu treffen ist nicht möglich, da sich das Verhalten im Crash durch die Optimierung zu stark verändert.

### 7.3 Überführung vom Voxel-Ergebnis zum Schalen-Modell

Bevor die vernetzte Mittelfläche der letzten Iteration aus der inneren Schleife verwendet wird, um das Schalen-Modell zu aktualisieren, wird die Übereinstimmung der Mittelfläche mit dem Voxel-Ergebnis geprüft und bei Abweichung angepasst. Hierzu wird die Mittelfläche mit kleinen FE vernetzt und dann für jeden Knoten dieser Schalen-Vernetzung überprüft, ob dieser Knoten innerhalb eines Voxels des *Black&White* Ergebnisses der inneren Schleife liegt. Hat ein Schalen-Element mindestens einen Knoten, der diese Bedingung erfüllt, bleibt das Schalen-Element erhalten. Wenn nicht, wird das Schalen-Element entfernt. Auf diese Weise werden auch Löcher und Aussparungen in der Voxel-Struktur auf die Mittelfläche übertragen. In Abbildung 7-3 ist das Ergebnis dargestellt, welches resultiert, wenn die Topologieoptimierung aus Kapitel 6.2 mit einer Volumenrestriktion wiederholt wird, die noch maximal 5 % des gesamten Volumens des Bauraums zulässt. In diesem Fall

gibt es Teile der Mittelfläche, die nicht von Voxeln überlagert werden. Diese Bereiche der Mittelfläche werden entfernt.



**Abbildung 7-3:** Voxel-Ergebnis (links), Mittelfläche (rechts) und Voxel-Ergebnis mit Mittelfläche (unten) bei einer Volumenrestriktion, die weniger Volumen zulässt

Da Voxel entfernt werden, kann es dazu kommen, dass es kleine, nicht mehr an den Rest angebundene Teile der Mittelfläche gibt. Diese werden ebenfalls entfernt. Im Anschluss an diese Überprüfung wird die Mittelfläche neu vernetzt, dieses Mal mit Schalen-Elementen von der Größe, wie sie auch im Modell zur Crashberechnung verwendet werden. Dann werden alle Schalen-Elemente des Crash-Modells, die optimiert werden sollen, durch die neu vernetzte Mittelfläche ersetzt. Abschließend wird noch die Dicke dieser Schalen-Elemente so angepasst, dass sich die Masse des Entwurfs

nicht verändert. Soll die Masse des Schalen-Modells gleich bleiben, ist diese Anpassung immer erforderlich, auch wenn in der inneren Schleife eine Volumen- oder Massenrestriktion definiert ist. Dann bleibt in der Regel die Masse der Voxel-Ergebnisse nach der inneren Schleife identisch, da bei vielen Optimierungszielen, wie etwa der Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit, das Ergebnis an der Restriktionsgrenze liegen wird. Die Masse des aus der Mittelfläche zurückgeführten Schalen-Modells kann trotz gleichbleibender Dicke stark variieren, weil die geforderte Wandstärke in der inneren Schleife bei Massen- und Volumenrestriktionen oft über- oder unterschritten wird. Ist bei einer Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit mit einer Volumenrestriktion etwa die endgültige Position der Mittelfläche gefunden, gleichzeitig allen Voxeln die in der unbestraften Zone liegen die volle Dichte zugewiesen und das Volumen nicht an der Restriktionsgrenze, dann wird die Blechdicke des Voxel-Ergebnisses an vielen Stellen überschritten werden. Denn auch dann wird das Endergebnis an der Restriktionsgrenze liegen. Da dieser Umstand nicht in der Mittelfläche repräsentiert ist, weicht dann die neue Masse des Schalen-Ergebnisses von der ursprünglichen Masse ab.

#### **7.4 Konvergenzverhalten der äußeren Schleife**

Die innere Schleife konvergiert zu einem Optimum. Eine Konvergenz in der äußeren Schleife kann bei dem NOCS-Prozess nicht gewährleistet werden. Das ist durch die ermittelten Sensitivitäten möglich, die die Richtung zu diesem Optimum in jeder Iteration aufzeigen. Da das in der inneren Schleife optimierte Modell aber nur eine Approximation des tatsächlichen Verhaltens ist und dieses bis zur nächsten Crashberechnung unbekannt bleibt, ist das in der inneren Schleife gefundene Optimum kein Optimum des tatsächlichen Optimierungsproblems. Erschwerend kommt hinzu, dass die Auswirkungen, die die Veränderung der Struktur auf die resultierenden Kontaktkräfte und damit auf die Lastfälle in der nächsten Durchführung der inneren Schleife hat, innerhalb dieser in keiner Weise bekannt oder berücksichtigt sind. In der ESLSO wird diese Problematik dadurch entschärft, dass die Intervalle, in denen eine Crashberechnung durchgeführt wird, deutlich kleiner sind. Es werden einige Iterationen der inneren Schleife durchgeführt und dann neue ESL ermittelt, noch lange bevor die innere Schleife konvergiert. Auch dieses Vorgehen kann scheitern, führt aber häufig auch zu einer Konvergenz in der äußeren Schleife der ESLSO. Diese Strategie lässt sich nicht auf den NOCS-Prozess übertragen, weil hier noch das Voxel-Ergebnis in ein Schalen-Modell überführt wird. Das Problem einer erneuten Crashberechnung mitten in der inneren Schleife ist, dass die Mittelfläche der inneren Schleife erst dann sinnvoll

zu einer Überführung des Voxel-Ergebnisses in ein Schalen-Modell genutzt werden kann, wenn die Mittelfläche und das Voxel-Ergebnis sich stark ähneln. Das ist in der Regel erst nach vielen Iterationen der inneren Schleife der Fall. Einen recht sicheren Zusammenhang zwischen Voxel-Ergebnis und Mittelfläche gibt es erst nach Beenden der inneren Schleife. Da der Prozess in der äußeren Schleife bisher nicht konvergiert wurde noch kein Konvergenzkriterium implementiert. Es wird eine im Voraus festgelegte Anzahl von Iterationen der äußeren Schleife durchgeführt. Es könnten Abbruchkriterien implementiert werden, wie zum Beispiel ein Beenden der Optimierung, wenn nach einer bestimmten Anzahl an Iterationen in der äußeren Schleife keine Verbesserung erzielt werden konnte. Ein detaillierter Vorschlag, wie ein solches Abbruchkriterium für den NOCS-Prozess aussehen könnte, erfolgt am Ende des Anwendungskapitels. Zu Untersuchungszwecken wurde in den hier vorgestellten praktischen Anwendungen kein solches Kriterium verwendet. Stattdessen werden die Optimierungen so lange fortgeführt, wie die Ergebnisse noch interessant zur Untersuchung des Verhaltens der Methode erscheinen.

## **7.5 Zielfunktionen in der äußeren Schleife**

Viele der für die Optimierung einer crashbelasteten Struktur interessanten Ziel- und Restriktionsfunktionen sind, wie in Kapitel 5.2 beschrieben, in der inneren Schleife nicht verfügbar. Dazu gehören die Intrusion, Geschwindigkeiten, Beschleunigungen und die Kontaktkräfte. Die im Folgenden vorgestellten Untersuchungen beschäftigen sich damit, wie die Intrusion als Zielfunktion in der inneren Schleife berücksichtigt werden kann. Sie ist von den genannten, in der inneren Schleife fehlenden Strukturantworten die wahrscheinlich am einfachsten zu implementierende, da diese in hohem Maß von der Stabilität und Steifigkeit der Struktur abhängen. Beides sind Größen, die in der inneren Schleife zumindest bei statisch linearer Betrachtung ermittelt werden können. Es wird untersucht, ob diese Zielfunktionen sich dazu eignen, die Intrusion in der äußeren Schleife zu minimieren, indem diese Zielfunktionen in der inneren Schleife maximiert werden. Bei der Steifigkeit kann das durch die Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit und bei der Stabilität durch die Maximierung der Beulsicherheit erreicht werden. Das Verhalten des Materials bei Versagen, Trägheitseffekte und die Art und der Ablauf des Stabilitätsverlustes, von denen die Intrusion ebenfalls abhängt, können in der inneren Schleife nicht ermittelt werden. Für Geschwindigkeiten, Beschleunigungen und die Kontaktkräfte gibt es in der inneren Schleife keine direkten Werte. Jeong et al. (2010) verwenden bei einer Optimierung mit der ESLSO Vorwärts- und Rückwärts-Differentiation zwischen benachbarten Zeitpunkten zur Ermittlung

von Geschwindigkeiten und Beschleunigungen in der inneren Schleife. Da bei der ESLSO die Verschiebungsfelder von äußerer und innerer Schleife zunächst identisch sind, gibt es einen starken Zusammenhang der so ermittelten Geschwindigkeiten und Beschleunigungen mit den tatsächlichen Werten. Auch zentrale Differentiation ist möglich (Karev et al. 2019). Werden wie bei dem NOCS-Prozess die Kontaktkräfte als Lastfälle genutzt, sind die Verschiebungsfelder von äußerer und innerer Schleife nicht identisch, was ein Hindernis für ein ähnliches Vorgehen in dieser Methode darstellt. Die verwendeten Kontaktkräfte verändern sich durch die Topologieoptimierung. Diese Veränderung kann auch im NOCS-Prozess in der inneren Schleife nicht ermittelt werden, ohne eine erneute Crashberechnung durchzuführen. Das ist generell der Fall, wenn eine linear statische Simulation durchgeführt wird.



## 8. Praktische Anwendungen

In diesem Kapitel wird der NOCS-Prozess auf verschiedene Schalen-Modelle im Crash angewendet, und die Ergebnisse werden ausgewertet. Im Folgenden werden zuerst alle Modelle vorgestellt, bevor im Anschluss auf die Optimierungsergebnisse dieser Modelle eingegangen wird.

### 8.1 Untersuchte Modelle

Die verschiedenen Modelle sind so gewählt, dass sie durch unterschiedliche Belastungen oder Randbedingungen verschiedene Problemstellungen abdecken. Es werden die Schalen-Modelle für die Crashberechnung sowie die zugehörigen Voxel-Modelle für die innere Schleife vorgestellt. Das Materialmodell für die Crashberechnung ist für alle Modelle dasselbe wie das Materialmodell für die innere Schleife. Bei der Crashberechnung wird ein elasto-plastisches Materialmodell verwendet (LS-Dyna<sup>®</sup> MAT\_24). Die Materialeigenschaften sind die von Aluminium mit einer Dichte  $\tilde{x}_0$  von  $2,7E-9$  t/mm<sup>3</sup>, einer Poissonzahl von 0,33 und einem Elastizitätsmodul  $E_0$  von 70.000 MPa. Die vollständige Materialkarte ist zusammen mit den im Folgenden vorgestellten Modellen „Biegung“ und „Torsion“ veröffentlicht (Clemens und Schumacher 2023b). In der inneren Schleife wird ein lineares Materialmodell verwendet (OptiStruct<sup>®</sup> MAT1). Für die linearen Materialeigenschaften in der inneren Schleife bleiben Dichte, Poissonzahl und Elastizitätsmodul unverändert.

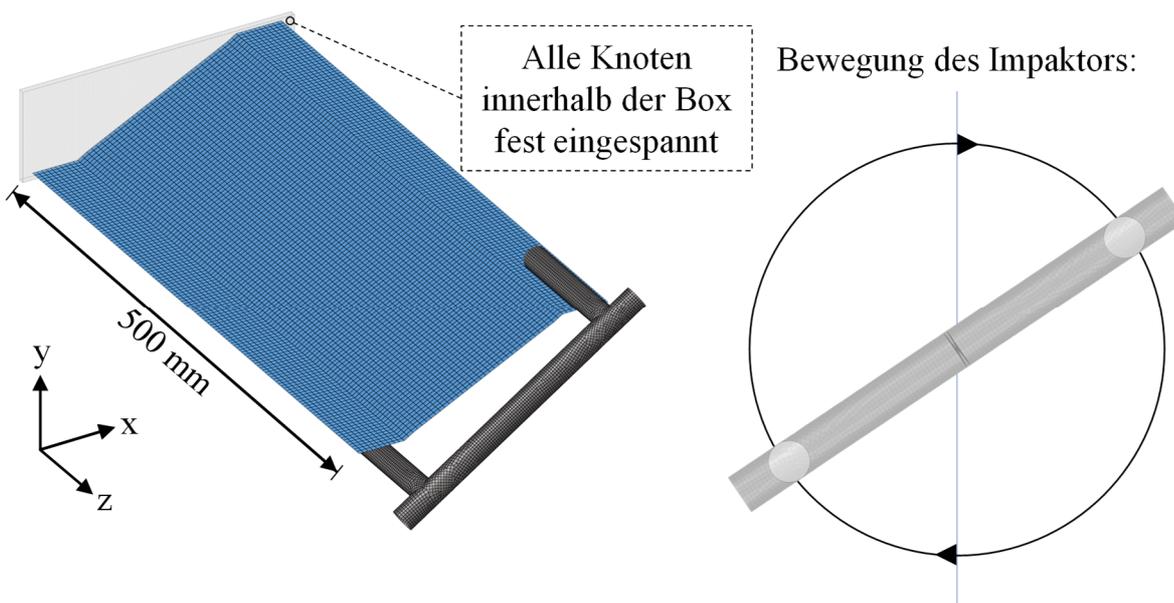
#### 8.1.1 Schalen-Modell „Biegung“

Das Schalen-Modell „Biegung“ und das für dieses verwendete Voxel-Modell des Bauwerks wurden bereits teilweise vorgestellt (Abbildung 5-3, Abbildung 5-4 und Abbildung 7-1). Alle Schalen-Elemente gehören zum Entwurfsraum, die Dicke dieser Schalen-Elemente beträgt 0,8 mm. Der Impaktor ist ein mit *Solid*-Elementen vernetzter *Rigid-Body* mit einer Masse von 2,4 kg und einer initialen Geschwindigkeit von 6 m/s entgegen der y-Richtung. Die Knoten des Impaktors können sich ausschließlich in y-Richtung bewegen, alle anderen Freiheitsgrade, auch die rotatorischen, sind gesperrt. Der Kontakt zwischen den Schalen-Elementen und dem Impaktor wird mit dem LS-Dyna<sup>®</sup> *automatic surface to surface* Kontakt und der Option SOFT gleich 2 modelliert. Der Kontakt der Schalen-Elemente mit sich selbst wird mit dem LS-Dyna<sup>®</sup> *automatic single surface* Kontakt berücksichtigt. In diesem Modell findet der Crash reibungsfrei statt. Dieser Umstand hat sich aus einem Versehen ergeben. Eine Berücksichtigung von Reibung ist problemlos möglich und würde die Realitätsnähe der

Ergebnisse höchstwahrscheinlich verbessern. Für die Untersuchung des Verhaltens des NOCS-Prozesses und seiner Fähigkeit, die gestellten Problemstellungen zu optimieren, ist die reibungsfreie Betrachtung aber unkritisch. Nicht alle untersuchten Modelle werden ohne Reibung simuliert, sodass beide Fälle überprüft sind.

### 8.1.2 Schalen-Modell „Torsion“

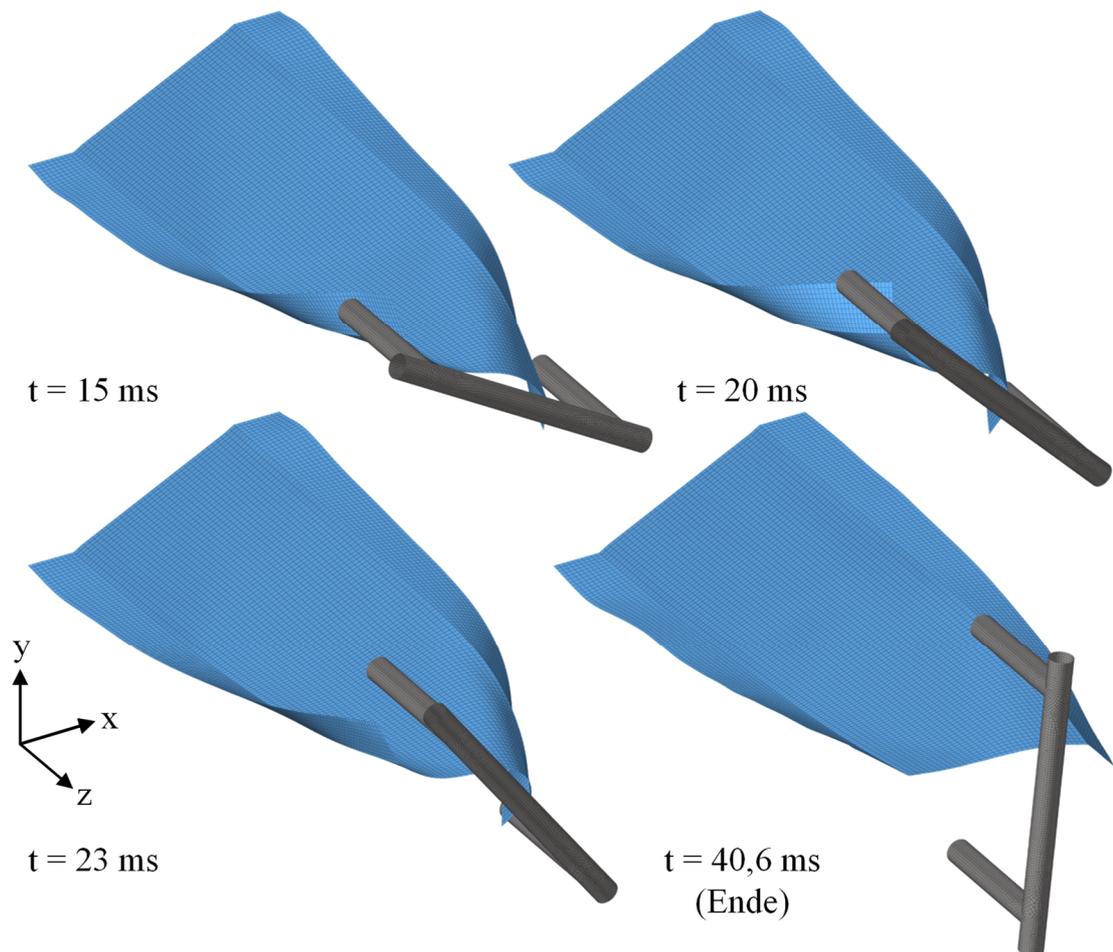
Das Schalen-Modell „Torsion“ und die drehende Bewegungsrichtung des Impaktors sind in Abbildung 8-1 dargestellt. Der Impaktor ist ein mit Schalen-Elementen vernetzter *Rigid-Body* mit einer Masse von 1,165 kg. Der untere linke Teil des Impaktors hat eine initiale Geschwindigkeit von 16 m/s in y-Richtung. Der Knoten, der sich im Schwerpunkt des *Rigid-Body* befindet, ist bis auf den rotatorischen Freiheitsgrad um die z-Achse fixiert, weswegen die initiale Geschwindigkeit in y-Richtung eine Rotation um die z-Achse zur Folge hat, wie sie in Abbildung 8-1 skizziert ist. Die initiale Blechstruktur hat eine Länge von 500 mm, eine Breite von 220 mm und eine Höhe von 72 mm.



**Abbildung 8-1:** Schalen-Modell „Torsion“ und drehende Bewegungsrichtung des Impaktors, modifiziert aus (Clemens und Schumacher 2023a)

Aufgrund der rotatorischen Bewegung des Impaktors gibt es in diesem Modell keinen zweiten *Rigid-Body*, der den Impaktor ab einem gewissen Punkt stoppen würde. Stattdessen wird die Crashberechnung beendet, sobald der Impaktor die in Abbildung 8-1 (rechts) den Kreis teilende Linie erreicht. Die Schalen-Elemente der Blechstruktur sind 0,8 mm dick. Die verwendeten Kontaktdefinitionen sind dieselben, die auch beim Modell „Biegung“ für den Kontakt zwischen Impaktor und Schalen-Struktur und der

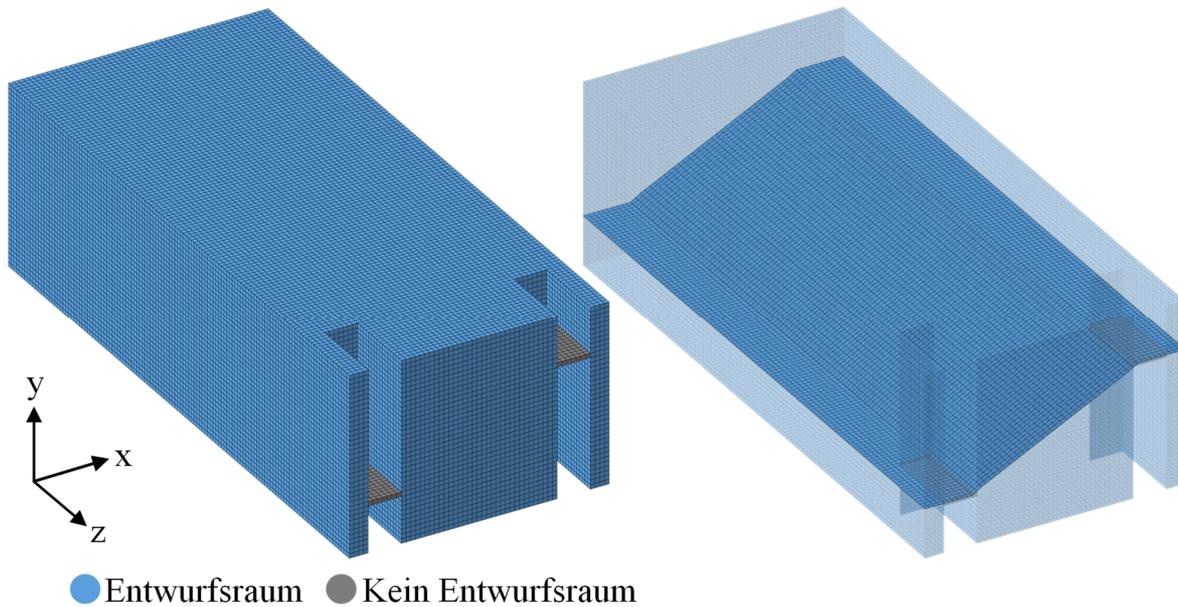
Schalenstruktur mit sich selbst verwendet werden. Die Kontakte laufen auch hier reibungsfrei ab. Die Verformung während des Crashes ist in Abbildung 8-2 dargestellt. Der initiale Entwurf dieser Struktur hält den Impaktor nicht auf.



**Abbildung 8-2:** Schalen-Modell „Torsion“, Deformation im Crash

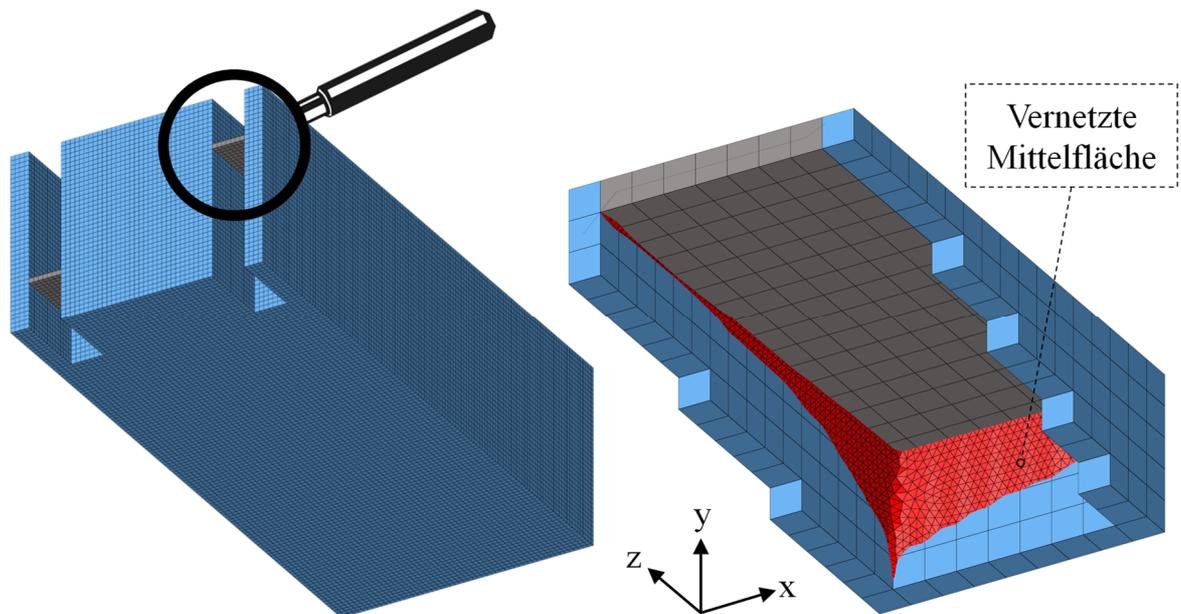
Das Voxel-Modell für die innere Schleife für das Modell „Torsion“ ist in Abbildung 8-3 dargestellt. Es ist wichtig, dass in beiden Bereichen des Kontakts immer Material vorhanden bleibt, weil die Struktur sonst stark geschwächt wird. Daher gehören in diesem Fall nicht alle Voxel zum Bauraum. Die Bereiche, in denen der Impaktor auf das Blech trifft, sind vom Bauraum ausgeschossen. Dadurch bleibt die Mittelfläche der betreffenden Säulen immer identisch. Wegen der Stempelrichtung in y-Richtung und durch die ausgesparten Bereiche über und unter diesen Voxeln liegt die Mittelfläche immer mittig in den Voxeln, die nicht zum Entwurfsraum gehören. So nimmt die Mittelfläche in diesen beiden Bereichen immer dieselbe Form an, die starke Ähnlichkeit mit dem initialen Schalen-Modell zur Crashberechnung in diesen Bereichen hat. Die Alternative wäre, die Schalen-Elemente aus dem Modell für den Crash in den entsprechenden Bereichen nicht zum Entwurfsraum hinzuzufügen. Liegen diese Bereiche

aber, wie in diesem Fall, in dem Kontaktbereich mit dem Impaktor, ist diese Alternative nicht praktikabel. Denn dann dürften in den entsprechenden Bereichen auch keine Voxel im Modell für die innere Schleife sein, da sonst die Mittelfläche trotzdem bis in diese Bereiche reichen würde. Nach der Rückführung würden die Schalen-Elemente sich durchdringen. Fehlen die Voxel aber an den Stellen des Kontakts, können die Kontaktkräfte nicht ordentlich vom Schalen-Modell in das Voxel-Modell übertragen werden.



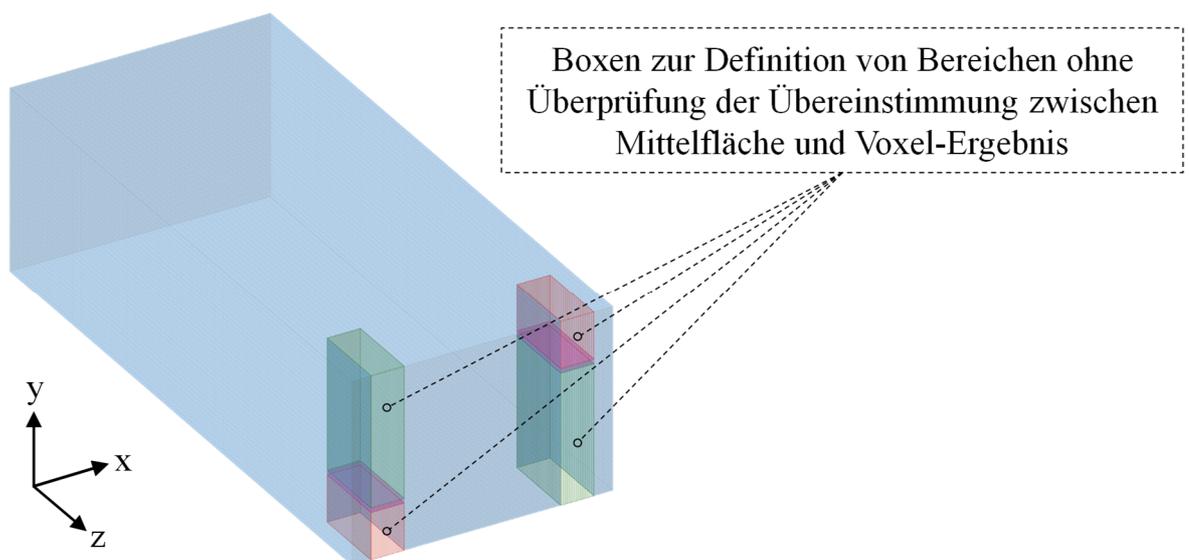
**Abbildung 8-3:** Voxel-Modell (links) und Vergleich mit Größe und Lage der initialen Blechstruktur aus dem Schalen-Modell „Torsion“ (rechts)

Wegen der Überprüfung der Übereinstimmung zwischen der finalen Mittelfläche und dem Voxel-Ergebnis kann es ohne weitere Maßnahmen zu unerwünschten Entfernungen aus der Mittelfläche in den Übergangsbereichen kommen. Wegen der linearen Interpolation zwischen den Schwerpunkten der einzelnen Säulen kann die Mittelfläche wie in Abbildung 8-4 dargestellt durch Bereiche gehen, in denen es keine Voxel gibt. Abbildung 8-4 zeigt einen Ausschnitt des gesamten Voxel-Modells in einem der beiden Bereiche mit Voxeln die nicht zum Bauraum gehören. Das Bild wurde mit einer aus der Optimierung tatsächlich resultierenden Mittelfläche erstellt. Die Teile der Mittelfläche, die den Übergang zum Entwurfsraum bilden, werden dann bei dieser Überprüfung entfernt, weil es dort keine Voxel gibt.



**Abbildung 8-4:** Beispiel eines potentiellen Übergangs der Mittelfläche von den Voxeln des Bauraums zu den Voxeln, die nicht zum Bauraum gehören

Um dieses Problem zu lösen, können Bereiche in Form von Boxen angegeben werden, die bei der Überprüfung des Zusammenhangs zwischen Mittelfläche und Voxel-Ergebnis wie Voxel behandelt werden. Elemente der vernetzten Mittelfläche, die mindestens einen Knoten haben, der innerhalb eines Voxels oder in einer dieser Boxen liegt, werden beibehalten. Die für dieses Modell definierten Boxen sind in Abbildung 8-5 dargestellt. Die farblichen Unterschiede der Boxen haben keine Bedeutung und dienen nur der besseren visuellen Abgrenzung voneinander.

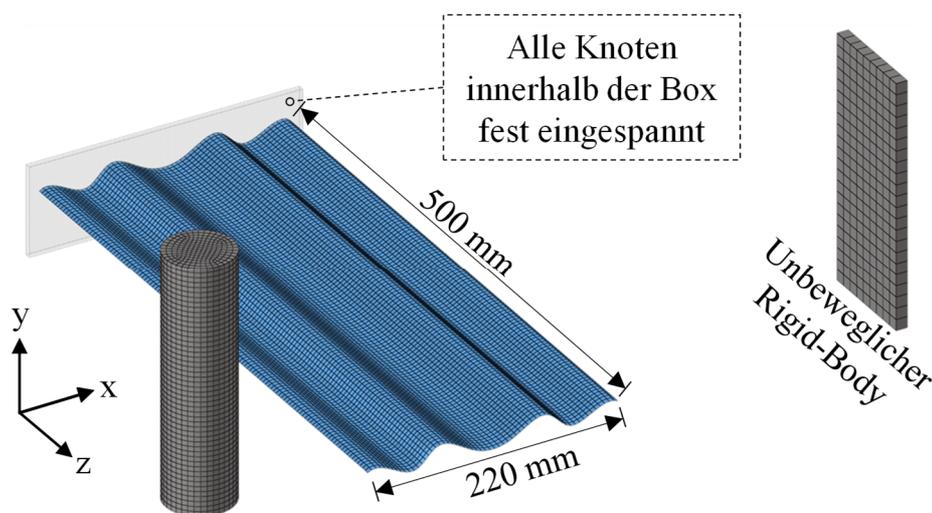


**Abbildung 8-5:** Boxen die jeweils einen grundsätzlich zulässigen Bereich für die vernetzte Mittelfläche definieren

Dadurch wird der Zusammenhang der Mittelfläche mit dem Voxel-Ergebnis nicht gemindert und die Löschung der Teile der Mittelfläche, die den Übergang zwischen beiden Bereichen bilden, verhindert.

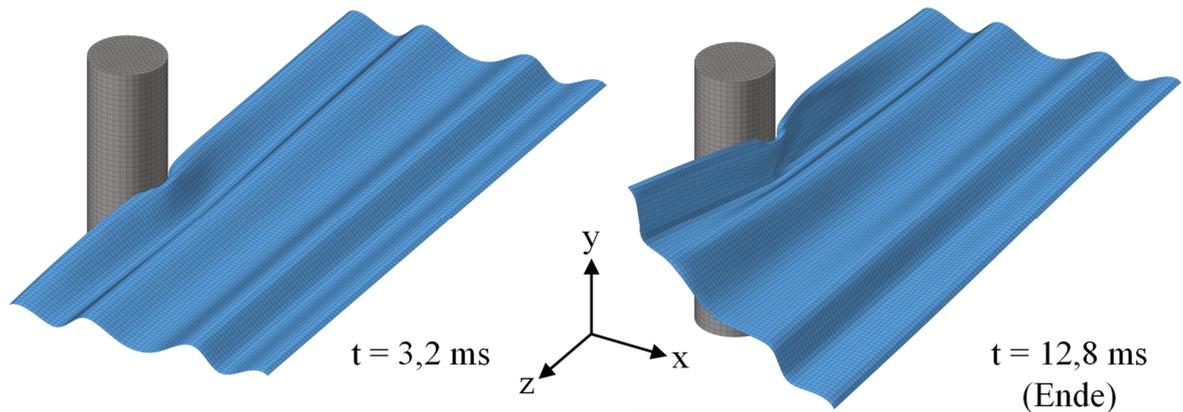
### 8.1.3 Schalen-Modell „Seitlich“

Das Schalen-Modell „Seitlich“ ist in Abbildung 8-6 dargestellt. Die initiale Schalenstruktur ist dieselbe wie beim Schalen-Modell „Biegung“, und auch das verwendete Voxel-Modell für die innere Schleife ist dasselbe (Abbildung 5-4). Der Impaktor hat eine initiale Geschwindigkeit von 6 m/s in x-Richtung mit einer Masse von 2,4 kg und trifft die Schalen-Struktur seitlich. Der Impaktor kann sich nur in die x-Richtung bewegen, alle anderen Freiheitsgrade der Knoten des Impaktors sind gesperrt. Für den Kontakt der Schalen-Struktur mit sich selbst und mit dem Impaktor wird der LS-Dyna® Kontakt *contact automatic general* verwendet, da bei diesem Modell sonst Durchdringungen der Impaktor-Elemente mit den Schalen-Elementen auftreten. Auch hier wird die Option SOFT gleich 2 verwendet und der Kontakt ist reibungsfrei.



**Abbildung 8-6:** Schalen-Modell „Seitlich“

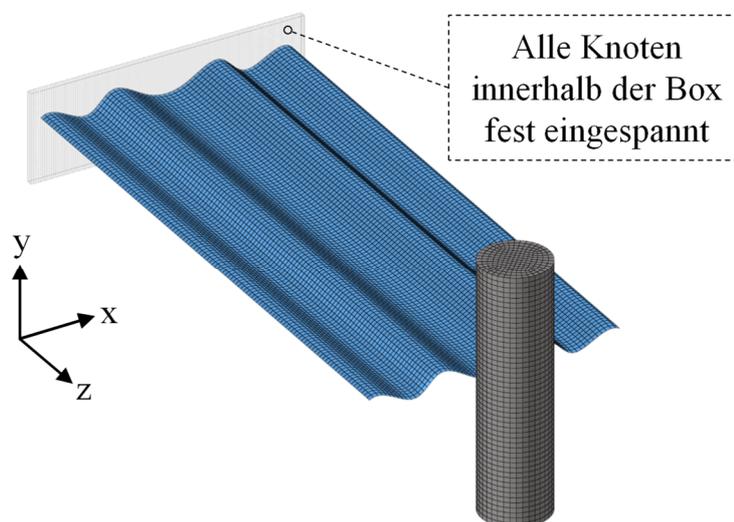
Ein unbeweglicher *Rigid-Body* hält den Impaktor auf, sollte die Schalen-Struktur das nicht schaffen. In Abbildung 8-7 ist das Verformungsverhalten der initialen Schalen-Struktur im Crash dargestellt. Beim initialen Entwurf wird der Impaktor nach 12,8 ms von der Schalen-Struktur gestoppt und die Simulation beendet.



**Abbildung 8-7:** Schalen-Modell „Seitlich“, Deformation im Crash

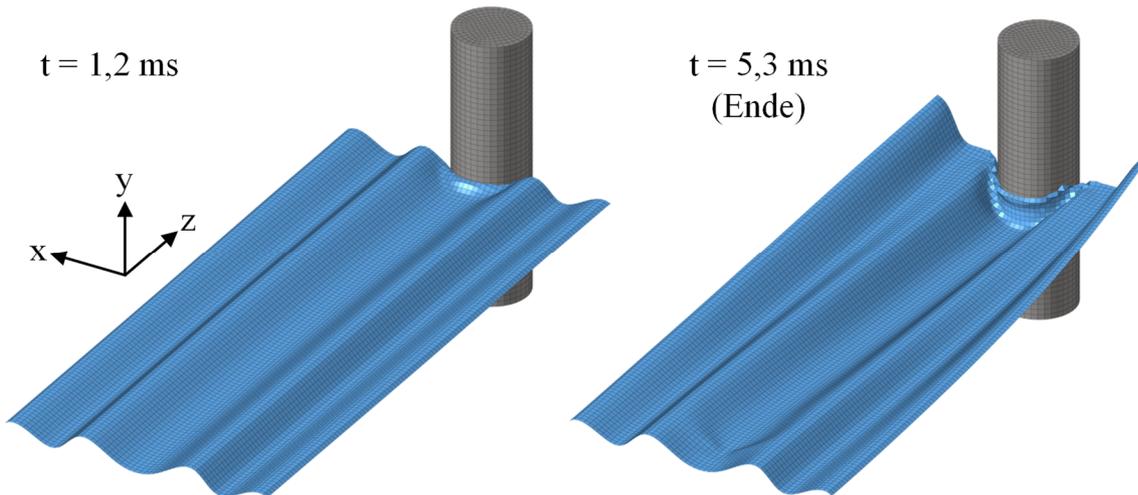
#### 8.1.4 Schalen-Modell „Frontal“

Das Schalen-Modell „Frontal“ ist in Abbildung 8-8 dargestellt. Initiale Schalen-Struktur und verwendetes Voxel-Modell sind identisch mit den für das Schalen-Modell „Biegung“ und „Seitlich“ verwendeten. Die Kontaktdefinition erfolgt mit dem LS-Dyna® Kontakt *contact automatic general*, der Option SOFT gleich 2 und reibungsfrei. Der Impaktor hat eine initiale Geschwindigkeit in entgegengesetzter z-Richtung von 12 m/s und eine Masse von 2,4 kg. Der Impaktor kann sich nur in z-Richtung bewegen, alle anderen Freiheitsgrade sind gesperrt.



**Abbildung 8-8:** Schalen-Modell „Frontal“

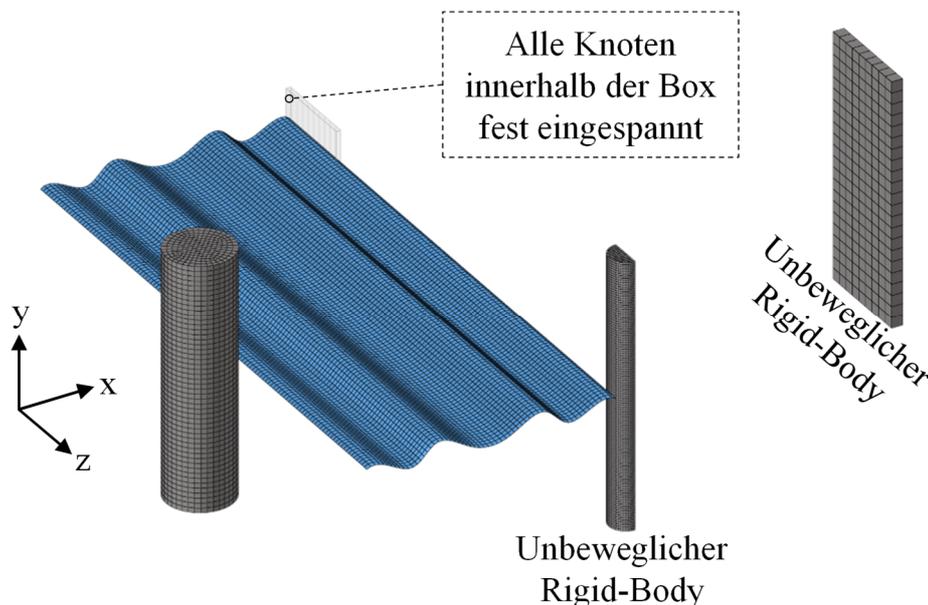
Ein unbeweglicher *Rigid-Body*, um den Impaktor aufzuhalten, ist hier nicht erforderlich, da der Impaktor sich auf die feste Einspannung der Schalen-Struktur zubewegt. In Abbildung 8-9 ist das Verformungsverhalten der initialen Schalen-Struktur im Crash dargestellt. Beim initialen Entwurf wird der Impaktor nach 5,3 ms von der Schalen-Struktur gestoppt und die Simulation beendet.



**Abbildung 8-9:** Schalen-Modell „Frontal“, Deformation im Crash

### 8.1.5 Schalen-Modell „Seitlich mit Barriere“

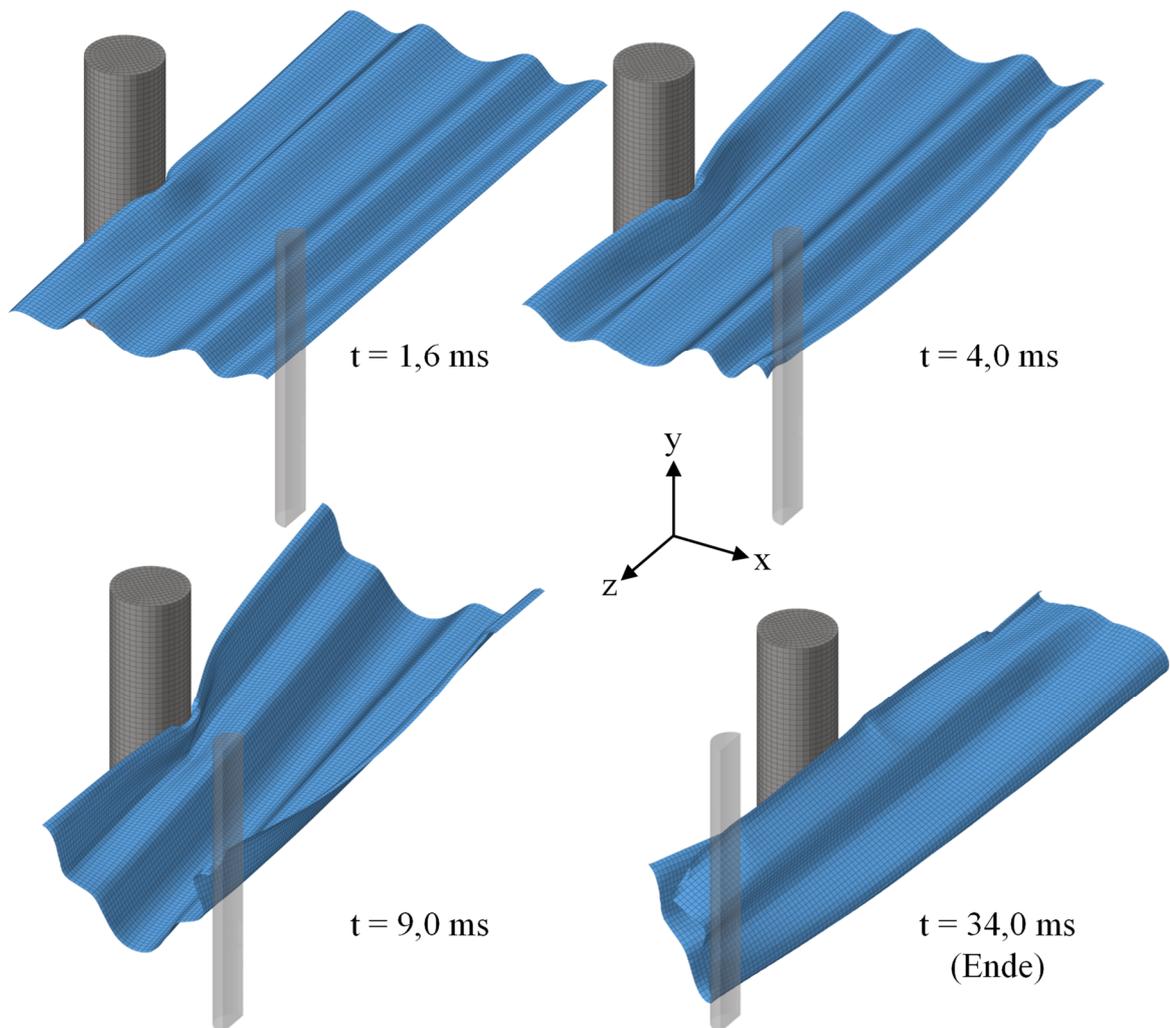
Das Schalen-Modell „Seitlich mit Barriere“ ist in Abbildung 8-10 dargestellt. Es unterscheidet sich vom Schalen-Modell „Seitlich“ durch einen zusätzlichen unbeweglichen Rigid-Body, eine geänderte Lage und Größe des Bereichs der Festeinspannung und durch die initiale Geschwindigkeit des Impaktors, die mit 12 m/s doppelt so hoch ist. Das zugehörige Voxel-Modell und die Masse des Impaktors bleiben unverändert.



**Abbildung 8-10:** Schalen-Modell „Seitlich mit Barriere“

In Abbildung 8-11 ist das Verformungsverhalten der initialen Schalen-Struktur im Crash dargestellt. Der Impaktor wird nach 34 ms von der Schalen-Struktur gestoppt

und die Simulation beendet. Die erhöhte Geschwindigkeit des Impaktors und die Änderung der Festeinspannung führen zu deutlich größeren Deformationen im Crash. Dadurch prallt die Schalen-Struktur gegen die zusätzliche Barriere, wobei ebenfalls Kontaktkräfte entstehen.

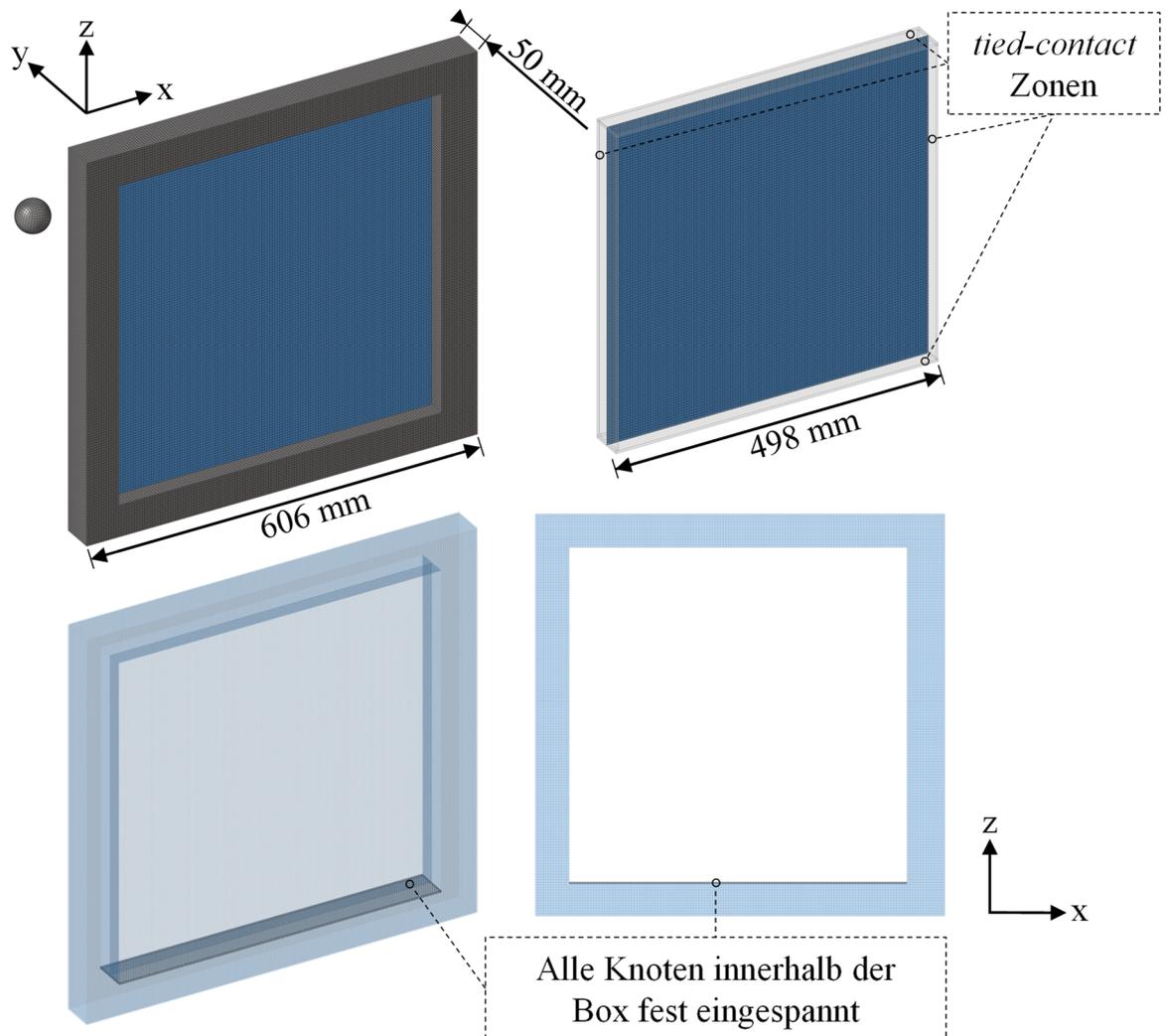


**Abbildung 8-11:** Schalen-Modell „Seite mit Barriere“, Deformation im Crash

### 8.1.6 Schalen-Modell „Schubfeld“

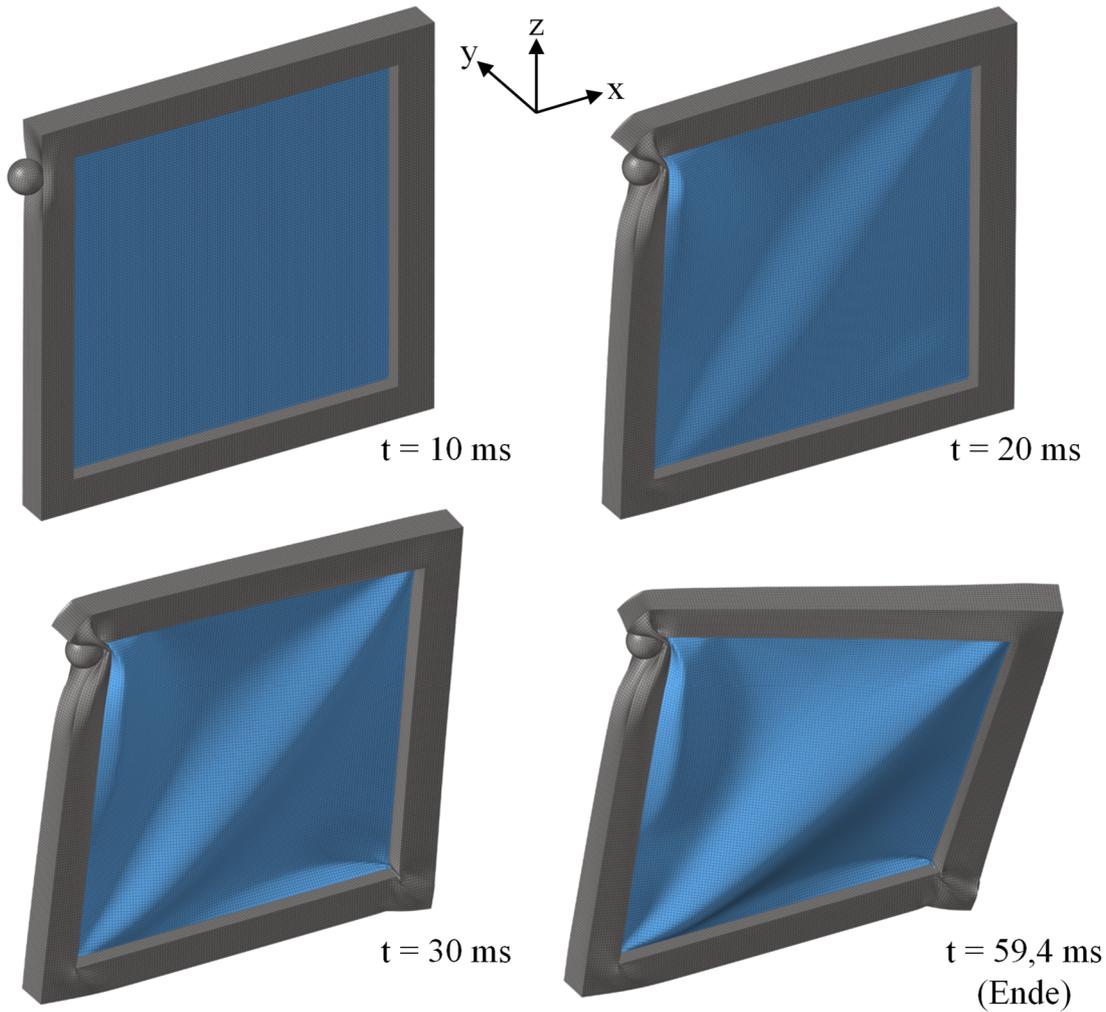
Das Schalen-Modell „Schubfeld“ ist in Abbildung 8-12 dargestellt. Die Schalen-Struktur setzt sich aus einem quadratischen Schubfeld und einem Rahmen zusammen. Der Rahmen besteht aus einem quadratischen hohlen Blech-Profil. Alle Bleche, sowohl von Rahmen als auch Schubfeld, sind 2 mm dick. Die Verbindung zwischen Schubfeld und Rahmen erfolgt durch die LS-Dyna® *contact tied shell edge to surface* Kontaktdefinition, die auch Momente überträgt. Alle Knoten des Schubfelds werden durch diesen Kontakt fest mit dem Rahmen verbunden, wenn diese in einer der *tied-contact* Zonen

liegen. Diese Kontaktdefinition zwischen Rahmenstruktur und Schubfeld ermöglicht eine Änderung des Schubfelds, ohne den Rahmen neu vernetzen oder ändern zu müssen, da keine Knotenverbindungen erforderlich sind. Die untere Innenseite des Rahmens ist fest eingespannt, wie in Abbildung 8-12 dargestellt. Der Kugelförmige Impaktor ist ein Rigid-Body mit einer initialen Geschwindigkeit von 6 m/s in x-Richtung und einer Masse von 312,5 kg. Bei allen untersuchten Modellen wurde die Kombination aus Masse und initialer Geschwindigkeit der Impaktoren so gewählt, dass die initialen Strukturen den Impaktor nicht sofort aufhalten können. Der Impaktor kann sich ausschließlich in x-Richtung bewegen, alle anderen Freiheitsgrade sind gesperrt. Der Kontakt der Schalen-Struktur sowohl mit dem Impaktor als auch mit sich selbst ist mit der LS-Dyna® *contact automatic general* Kontaktdefinition und der SOFT Option gleich 2 modelliert. In dieser Simulation wird Reibung berücksichtigt und dafür ein Reibungsbeiwert von 0,21 gewählt, was ein typischer Wert für Aluminium ist (Bender und Göhlich 2020). Die Schalen-Elemente des Schubfelds gehören zum Entwurfsraum der äußeren Schleife, die der Rahmen-Struktur nicht.



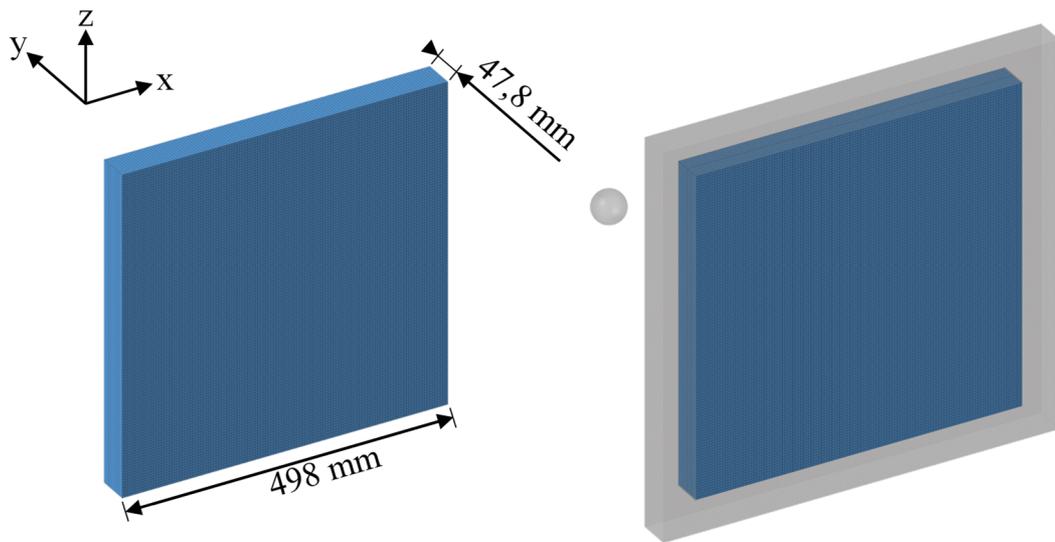
**Abbildung 8-12:** Schalen-Modell „Schubfeld“, Gesamt-Modell (oben links), *tied-contact* Zonen (oben rechts), Einspannung (unten links und unten rechts)

In Abbildung 8-13 ist das Verformungsverhalten der initialen Schalen-Struktur im Crash dargestellt. Der Impaktor wird nach 59,4 ms von der Schalen-Struktur gestoppt und die Simulation beendet.



**Abbildung 8-13:** Schalen-Modell „Schubfeld“, Deformation im Crash

Das Voxel-Modell ist in Abbildung 8-14 dargestellt. Räumlich liegt das Voxel-Modell in dem Schubfeld und dehnt sich bis an die Grenzen der Rahmen-Struktur aus, ohne diese zu berühren. Die Voxel haben eine Kantenlänge von knapp 4 mm. Insgesamt besteht das Voxel-Modell aus 187.500 Voxeln. Die Einspannung wird aus dem Schalen-Modell übertragen, wodurch die untere Seite (unten in z-Richtung) des Voxel-Modells fest eingespannt ist. Alle Voxel gehören zum Entwurfsraum der inneren Schleife.



**Abbildung 8-14:** Voxel-Modell (links) und Vergleich mit Größe und Lage der initialen Blechstruktur aus dem Schalen-Modell „Schubfeld“ (rechts)

## 8.2 Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit in der inneren Schleife

Im Folgenden werden Ergebnisse des NOCS-Prozesses für die zuvor gezeigten Modelle vorgestellt und diskutiert, bei denen in der inneren Schleife die mittlere Nachgiebigkeit minimiert wird, mit dem Ziel, die Intrusion des Impaktors im Crash zu minimieren. Die Zielfunktion in der inneren Schleife wird aus der Summe der mittleren Nachgiebigkeit der einzelnen Lastfälle gebildet (Gleichung 7.1). Die einzelnen Lastfälle  $k$  werden immer gleichwertig mit einem Gewichtungsfaktoren  $w_k = 1$  gewichtet. Sofern nicht anders beschrieben, werden für jede Durchführung der inneren Schleife fünf Lastfälle aus Zeitpunkten mit Kontaktkräften gebildet, die wie in Kapitel 7.2 beschrieben äquidistant zu den relativen Zeitpunkten 0, 25, 50, 75 und 100 % ermittelt werden, sofern möglich. Durch die Aufteilung in eine innere und äußere Schleife gibt es nach der Anwendung des NOCS-Prozesses Ergebnisse für das Crash-Modell und für das statisch linear betrachtete Voxel-Modell aus jeder Iteration der äußeren Schleife. Der Fokus liegt auf den Ergebnissen des Crash-Modells, da es diese Ergebnisse sind, die das eigentliche Ergebnis der Optimierung darstellen. Die Ergebnisse der inneren Schleife werden einmal exemplarisch und immer dann, wenn sie einen interessanten Kontext oder tiefere Einblicke und Erkenntnisse bieten, im Detail vorgestellt. Die Intrusion des Impaktors wird gemessen als die Verschiebung des Impaktors in seiner Bewegungsrichtung. Da die Topologieoptimierung die Entfernung, die der Impaktor zurücklegen muss, bis ein Kontakt auftritt, deutlich verändern kann, wird

nicht die gesamte Verschiebung als Intrusion gewertet. Stattdessen wird die Verschiebung vom letzten Zeitpunkt bevor der erste Kontakt auftritt, bis zum insgesamt letzten Zeitpunkt der Simulation ermittelt. Eine Ausnahme ist das Modell „Torsion“, da hier die Kontaktflächen nicht zum Entwurfsraum gehören und der Impaktor sich rotatorisch bewegt. Bei dem Modell „Torsion“ wird die Intrusion des Impaktors deswegen als Winkeländerung über die gesamte Zeit der Simulation gemessen. Durch die Anpassung der Blechdicke ist die Masse aller gezeigten Schalen-Modelle derselben Optimierung mit dem NOCS-Prozess immer identisch.

### 8.2.1 Ergebnisse für das Modell „Biegung“

Für diese Optimierung wurden 35 Iterationen der äußeren Schleife durchgeführt. Zusammen mit der Crashberechnung des initialen Entwurfs resultieren daraus 36 Crashberechnungen. Die Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife des NOCS-Prozesses sind in Abbildung 8-15 dargestellt. Das Optimierungsziel in der inneren Schleife lautet:

$$\min \sum_{k=1}^n w_k f(\mathbf{x})_k \quad (8.1)$$

mit

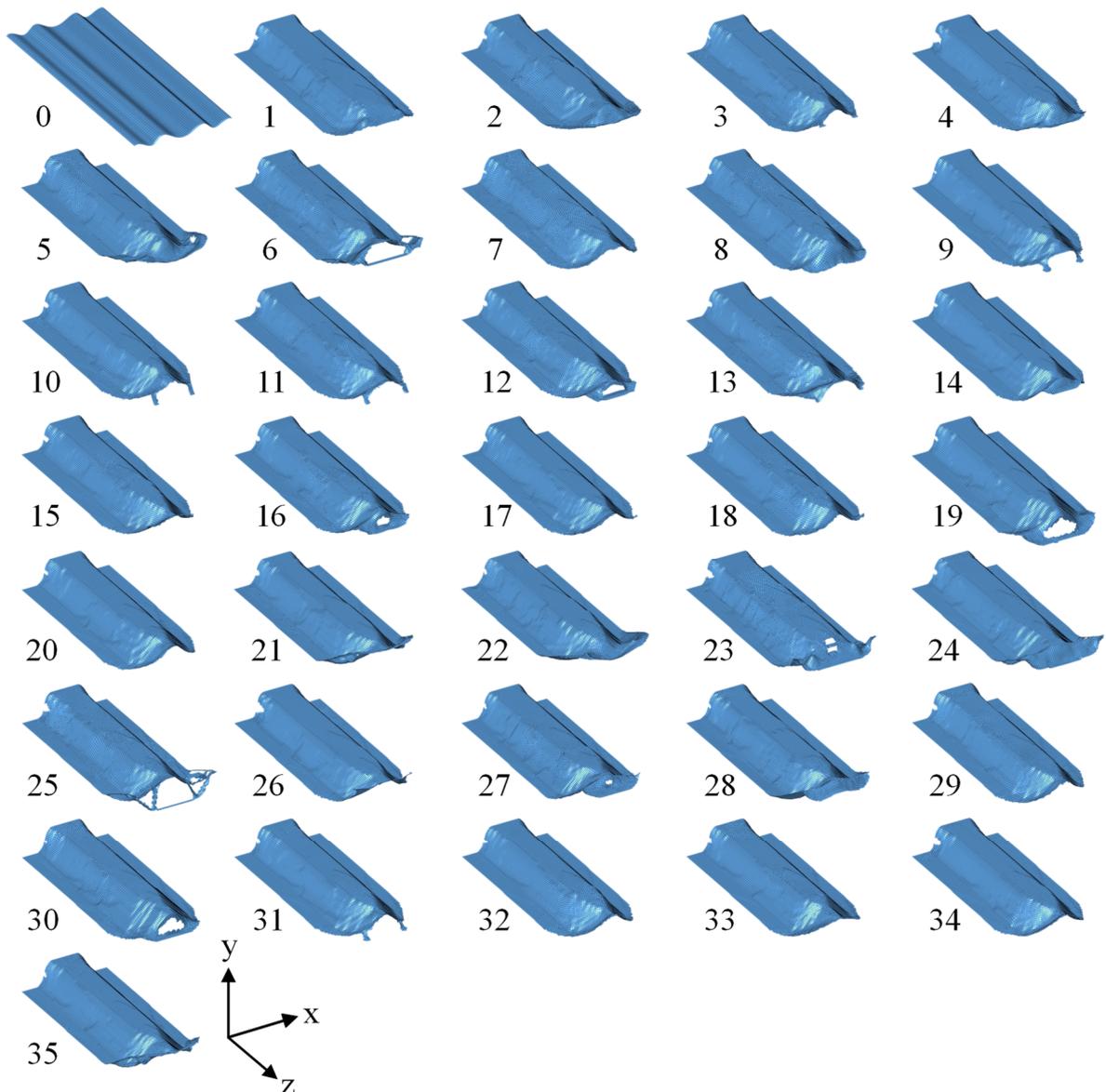
$$k = 5$$

$$w_k = 1; \quad k = 1, \dots, 5$$

sodass

$$v \leq v^U = 0,2. \quad (8.2)$$

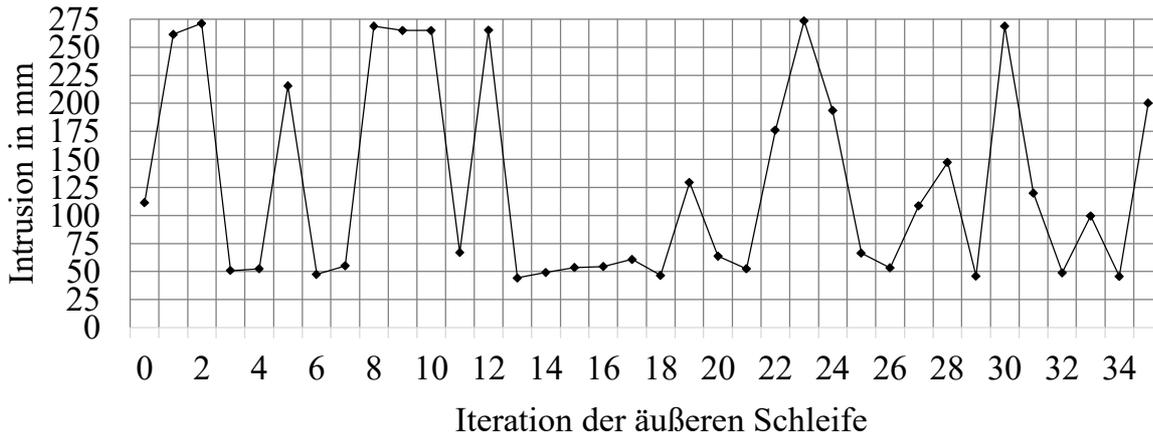
Wie zu erwarten hat keiner der Entwürfe Hinterschneidungen oder Rippen. Nach der ersten Iteration der äußeren Schleife hat sich eine generelle Form und Topologie ergeben, die in den nachfolgenden Iterationen zwar immer wieder leicht angepasst wird, abgesehen vom Kontaktbereich, in dem der Impaktor auftrifft, aber weitgehend unverändert bleibt. Nach 35 Iterationen wurde der Prozess beendet, da sich die Strukturen nicht mehr stark verändern und sich teilweise sogar in ähnlicher Form wiederholen und kein grundsätzlich neues Verhalten mehr zu erwarten zu sein scheint.



**Abbildung 8-15:** Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife des NOCS-Prozesses für das Modell „Biegung“

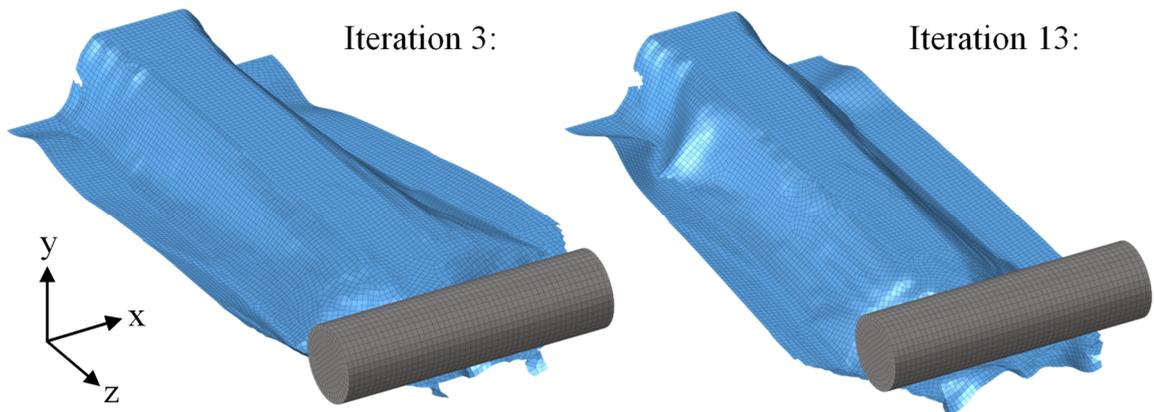
Die zu den Schalen-Strukturen aus Abbildung 8-15 gehörenden Werte der Intrusion des Impaktors sind in Abbildung 8-16 dargestellt. Der Verlauf ist unübersichtlich, die Intrusion wird zunächst sogar stark erhöht, dann in Iteration 3 erstmals im Vergleich zum initialen Entwurf gesenkt und schwankt im weiteren Verlauf der Optimierung deutlich. Bei gradientenbasierten Verfahren ist ein solcher Verlauf der Zielfunktion nicht zu erwarten, da sich das Verfahren immer in Richtung des nächstgelegenen Optimums bewegt. Da hier nur in der inneren Schleife ein gradientenbasiertes Verfahren verwendet wird, kann der Verlauf auch entsprechend unübersichtlich verlaufen. Ursächlich für diesen Verlauf sind die in Kapitel 5.2 beschriebenen Folgen der

Linearisierung der Problemstellung. Das Verhalten der Struktur bei Verlust der strukturellen Integrität wird in der Topologieoptimierung nicht berücksichtigt. Viele der Entwürfe knicken weiter vorne nach außen aus, was dazu führt, dass der Impaktor nicht aufgehalten wird. Dabei scheint der Kontaktbereich einen großen Einfluss zu haben, da der Rest der Struktur kaum Unterschiede zwischen den verschiedenen Iterationen der äußeren Schleife aufweist. Dieses Verhalten wird in der inneren Schleife aber nicht erfasst.



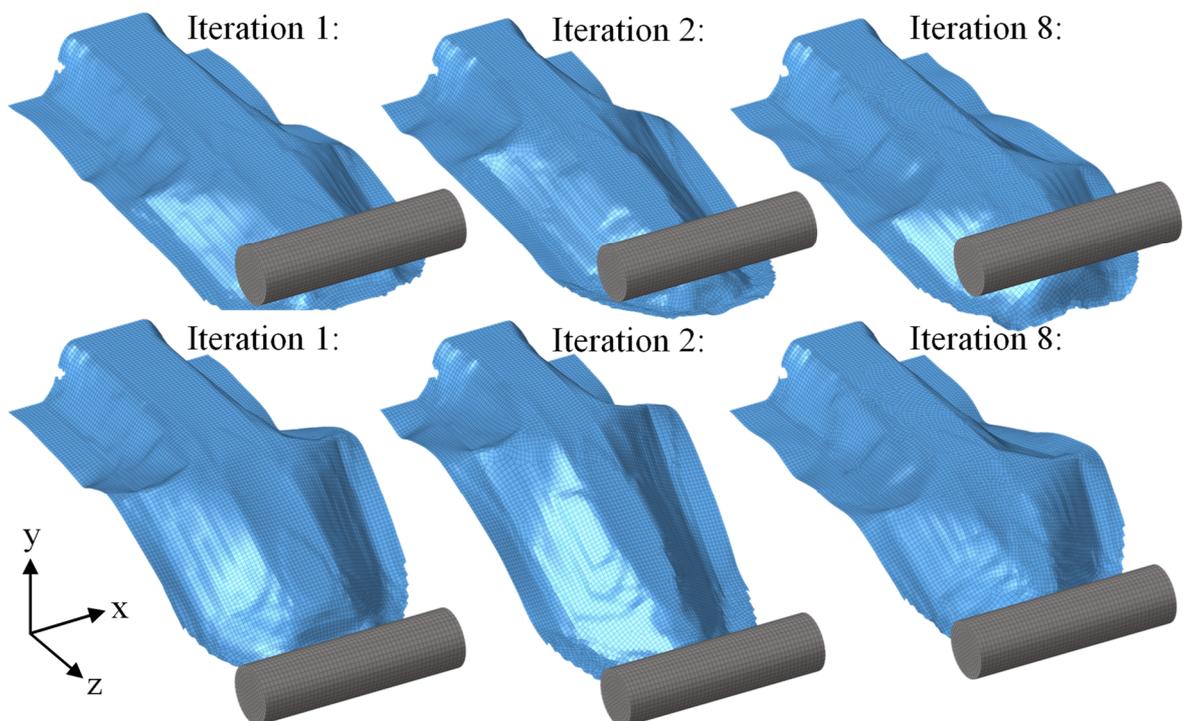
**Abbildung 8-16:** Werte der Intrusion des Impaktors über die Iterationen der äußeren Schleife

Trotz der Linearisierung in der inneren Schleife und der damit einhergehenden Schwierigkeiten ist der NOCS-Prozess in der Lage, die Intrusion deutlich zu verringern. Dazu wären die ersten drei Iterationen der äußeren Schleife ausreichend gewesen. Die initiale Struktur erfährt eine Intrusion von 111,5 mm. Die Struktur aus der dritten Iteration der äußeren Schleife schafft es auf eine Intrusion von 51 mm. In der 13ten Iteration der äußeren Schleife ist die Intrusion mit 44,4 mm am niedrigsten. Der Moment der Crashberechnung, indem der Impaktor aufgehalten wird, ist für die Iterationen 3 und 13 in Abbildung 8-17 dargestellt. Alle Ergebnisse, deren Wert über einer Intrusion von 250 mm liegen, halten den Impaktor nicht auf. Aufgrund der unterschiedlichen Längen der Wege des Impaktors bis zur Struktur unterscheiden sich die Werte der Intrusion auch in dem Fall, dass die Struktur den Impaktor nicht aufhält und dieser erst durch den fest eingespannten zweiten *Rigid-Body* (Abbildung 5-3) aufgehalten wird.



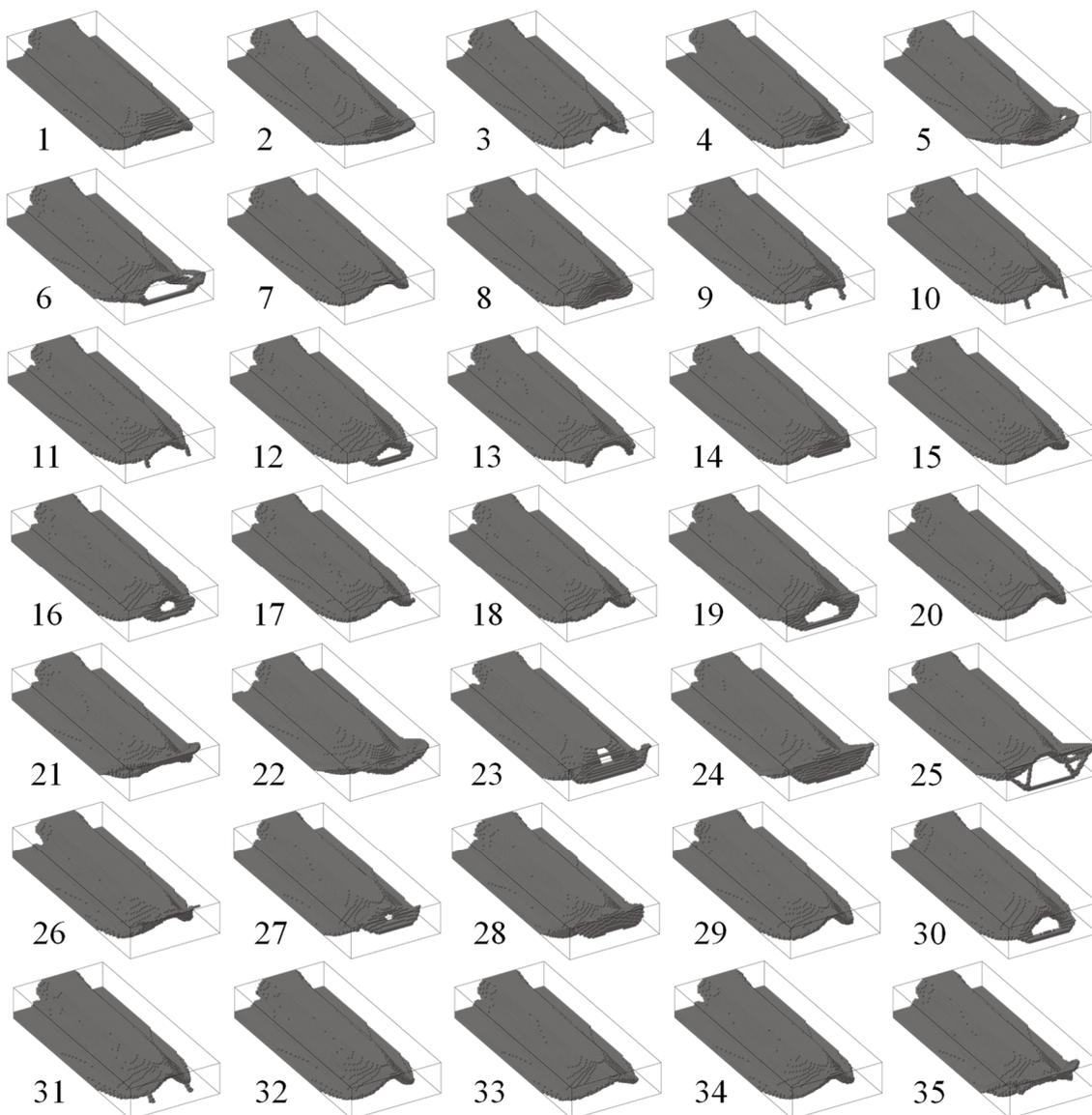
**Abbildung 8-17:** Momentaufnahme des Verhaltens bei Crash zum Zeitpunkt, an dem der Impaktor gestoppt wird

In Abbildung 8-18 ist das Verhalten von drei Beispielen veranschaulicht, die den Impaktor nicht aufhalten. Die Strukturen knicken stark aus, obwohl sich die Strukturen nur in Details von den Schalen-Strukturen unterscheiden, die den Impaktor aufhalten. Diese große Änderung des Verhaltens bei nur kleinen Änderungen am Entwurf ist bei crashbelasteten Bauteilen nicht ungewöhnlich und einer der Gründe, warum die Optimierung von crashbelasteten Strukturen eine Herausforderung ist.



**Abbildung 8-18:** Veranschaulichung des Verhaltens von Beispielen von Schalen-Strukturen, die den Impaktor nicht stoppen

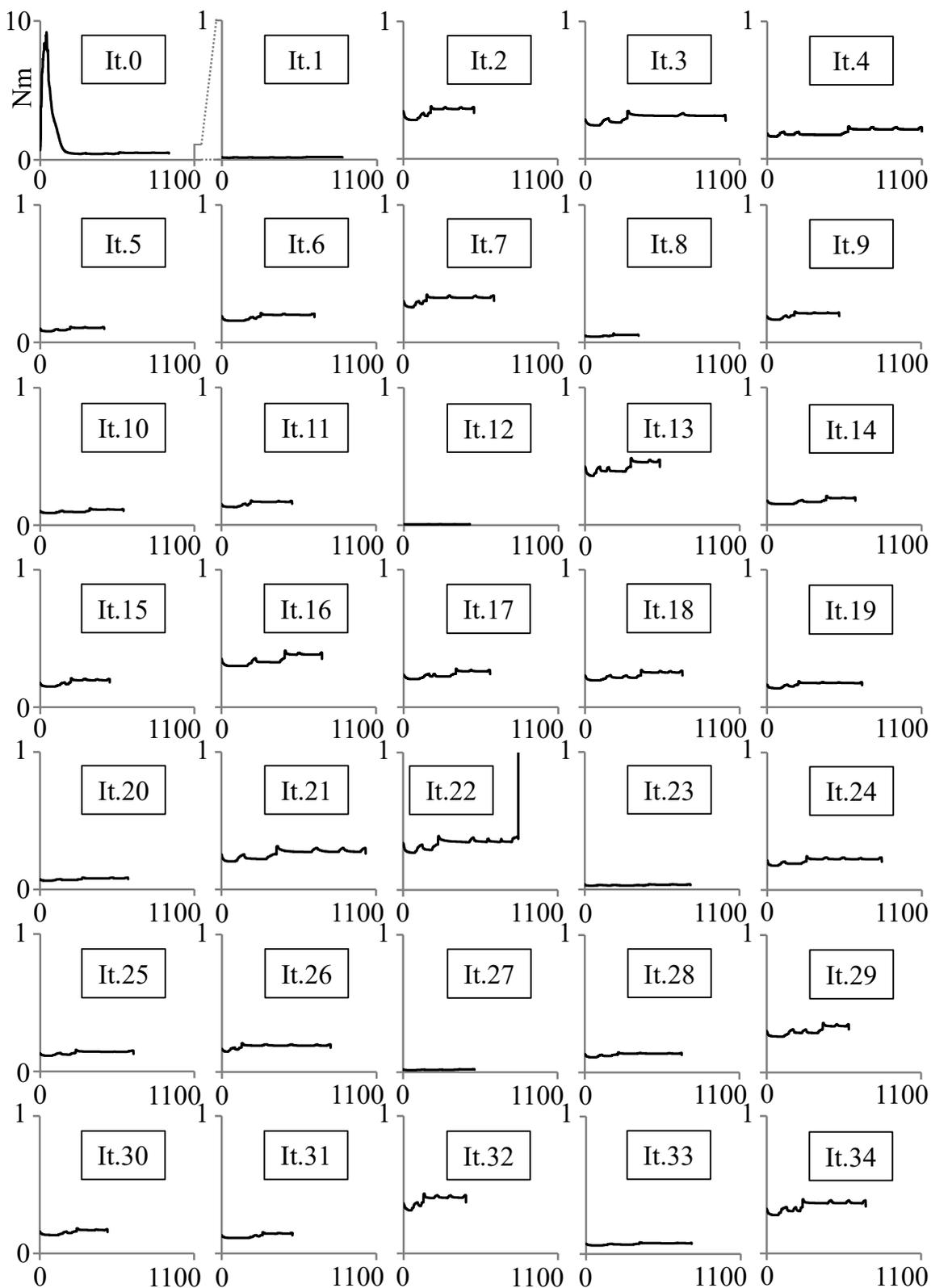
Im Folgenden werden auch die Ergebnisse der inneren Schleife exemplarisch vorgestellt. In Abbildung 8-19 sind alle Voxel-Ergebnisse dargestellt. Die Nummerierung verweist auf die Iteration der äußeren Schleife, deren Schalen-Struktur aus dem entsprechenden Voxel-Ergebnis zusammen mit der letzten Mittelfläche der zugehörigen inneren Schleife zurückgeführt wurde. Die gezeigten Voxel-Ergebnisse sind die aus der inneren Schleife resultierenden *Black&White* Entwürfe. Voxel mit voller Dichte sind dargestellt und Voxel mit der Minstdichte nicht. Beim Vergleich mit Abbildung 8-15 lässt sich die Übereinstimmung zwischen den Voxel- und den Schalenergebnissen gut erkennen.



**Abbildung 8-19:** Voxel-Ergebnisse nach Durchführung der inneren Schleife

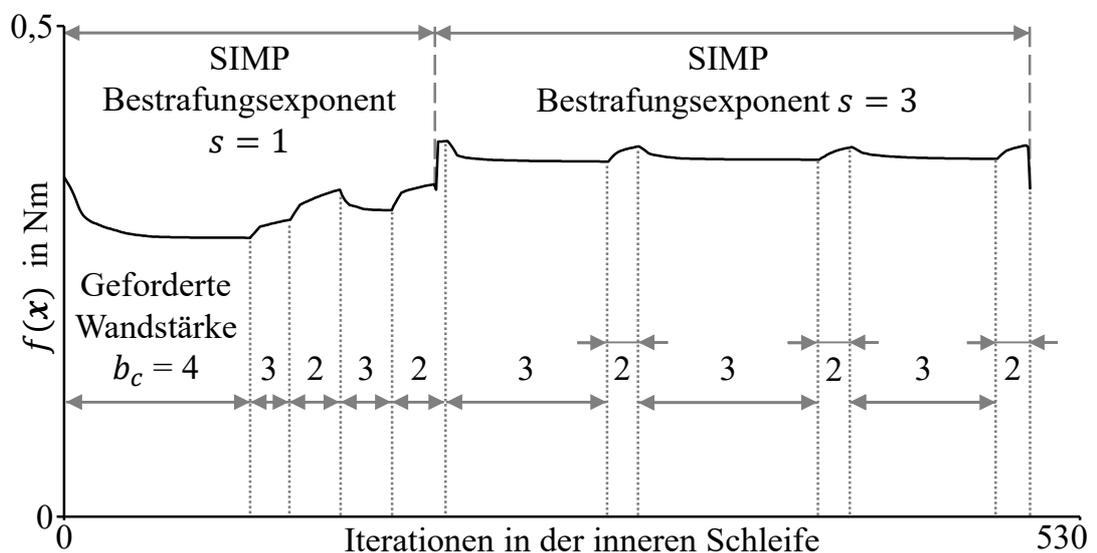
Der Verlauf der mittleren Nachgiebigkeit über die Iterationen jeder inneren Schleife, die bei dieser Optimierung durchgeführt worden ist, ist in Abbildung 8-20 dargestellt.

Neben dem Verlauf der einzelnen Schleifen soll so auch eine Übersicht über den gesamten Verlauf der Optimierung gegeben werden. Die meisten Iterationen in der inneren Schleife wurden mit 1100 nach der 4ten Iteration der äußeren Schleife benötigt. Die benötigte Iterationsanzahl variiert stark, genauso wie die aus den verschiedenen Lastfällen summierte mittlere Nachgiebigkeit der Ergebnisse. Letzteres ist mit den sich verändernden Lastfällen zu erklären. Eine Schalen-Struktur, die den Impaktor nicht aufhält, nimmt nicht die gesamte kinetische Energie des Impaktors auf. Das führt zu weniger Lastfällen und/oder zu kleineren Kontaktkräften. Da sich die Zielfunktion aus der Summe der mittleren Nachgiebigkeit der verschiedenen Lastfälle bildet, sind dann die Niveaus der summierten mittleren Nachgiebigkeit unterschiedlich. Weil hier nicht alle Kontaktkräfte als Lastfälle genutzt werden, sondern nur ein Teil, sind solche Unterschiede auch generell zu beobachten, da dadurch eine Zufallskomponente vorhanden ist. Werden alle in der Crashberechnung ermittelten Kontaktkräfte verwendet, ist ein deutlicher Unterschied nur zwischen den Entwürfen, die den Impaktor aufhalten, und denen, die das nicht tun, zu erwarten. Ein direkter Zusammenhang zwischen der Höhe der summierten mittleren Nachgiebigkeit und der Intrusion lässt sich bei dieser Vorgehensweise aus genannten Gründen nicht feststellen. Daraus kann aber nicht abgeleitet werden, dass eine Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit nicht zielführend für eine niedrige Intrusion ist, die Ergebnisse der Optimierung sprechen für die Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit als Ersatzfunktion in der inneren Schleife. Der Verlauf der inneren Schleife aus der äußeren Iteration 22 endet in einem auffällig hohen Wert der summierten Intrusion. Dieser überschreitet den dargestellten Bereich. Dieser stark erhöhte Wert tritt nur bei der FEA des *Black&White*-Entwurfs auf. Die Ursache sind einige wenige Kräfte, deren Knoten zu Voxeln gehören, die auf die Mindestdichte gesetzt wurden. Die anschließende Rückführung in ein Schalen-Modell und dessen Crashberechnung werden dadurch nicht negativ beeinflusst, weswegen ein solches Ereignis für den NOCS-Prozess unkritisch ist.



**Abbildung 8-20:** Die mittlere Nachgiebigkeit über die Iterationen (höchste aufgetretene Iterationsanzahl ist 1100) der inneren Schleife für jede Iteration der äußeren Schleife

Abgesehen vom Verlauf der inneren Schleife in Iteration 0 der äußeren Schleife ähneln sich die Verläufe der verschiedenen Topologieoptimierungen. Der Unterschied kommt zustande, weil in der ersten Topologieoptimierung eine homogene Materialverteilung als Startentwurf verwendet wird und in den folgenden Topologieoptimierungen der letzte Entwurf der zuvor durchgeführten Topologieoptimierung als Startentwurf verwendet wird. Die Verläufe der Topologieoptimierungen, die nach der ersten äußeren Iteration folgen, verbessern den Entwurf nicht kontinuierlich. Die summierte mittlere Nachgiebigkeit steigt im Verlauf der inneren Schleifen auch immer wieder an, bevor Sie dann beim Erstellen des *Black&White*-Entwurfs wieder deutlich verbessert wird. Die Ursachen sind in Abbildung 8-21 am Beispiel der inneren Schleife aus der Iteration 2 der äußeren Schleife veranschaulicht.



**Abbildung 8-21:** Geforderte Wandstärke und Bestrafungsexponent im Verlauf der inneren Schleife am Beispiel der dritten Iteration der äußeren Schleife

Zunächst bleiben Zwischendichten durch den Bestrafungsexponenten  $s$  gleich eins unbestraft. Beim Anstieg des Bestrafungsexponenten  $s$  verschlechtert sich die Zielfunktion dann erwartungsgemäß. Die Anstiege der Zielfunktion innerhalb der Bereiche, in denen der Bestrafungsexponent  $s$  unverändert bleibt, sind auf das Alternieren der aktuell geforderten Wandstärke  $b_c$  zurückzuführen. Die Verbesserung der Zielfunktion beim Erstellen des *Black&White*-Entwurfs in der letzten Iteration resultiert aus den zuvor vorhandenen und durch den SIMP-Ansatz bestraften Zwischendichten.

### 8.2.2 Ergebnisse für das Modell „Torsion“

Bei der Optimierung des Modells „Torsion“ wurde der NOCS-Prozess nach der 17ten Iteration der äußeren Schleife beendet. Die Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife sind in Abbildung 8-22 dargestellt, die zugehörigen Werte der maximalen Intrusion des Impaktors bei Crash können Abbildung 8-23 entnommen werden. Letztere sind aufgrund der rotatorischen Bewegung des Impaktors als maximale Winkeländerung des Impaktors angegeben. Das Optimierungsziel in der inneren Schleife lautet:

$$\min \sum_{k=1}^n w_k f(x)_k \quad (8.3)$$

mit

$$k = 5$$

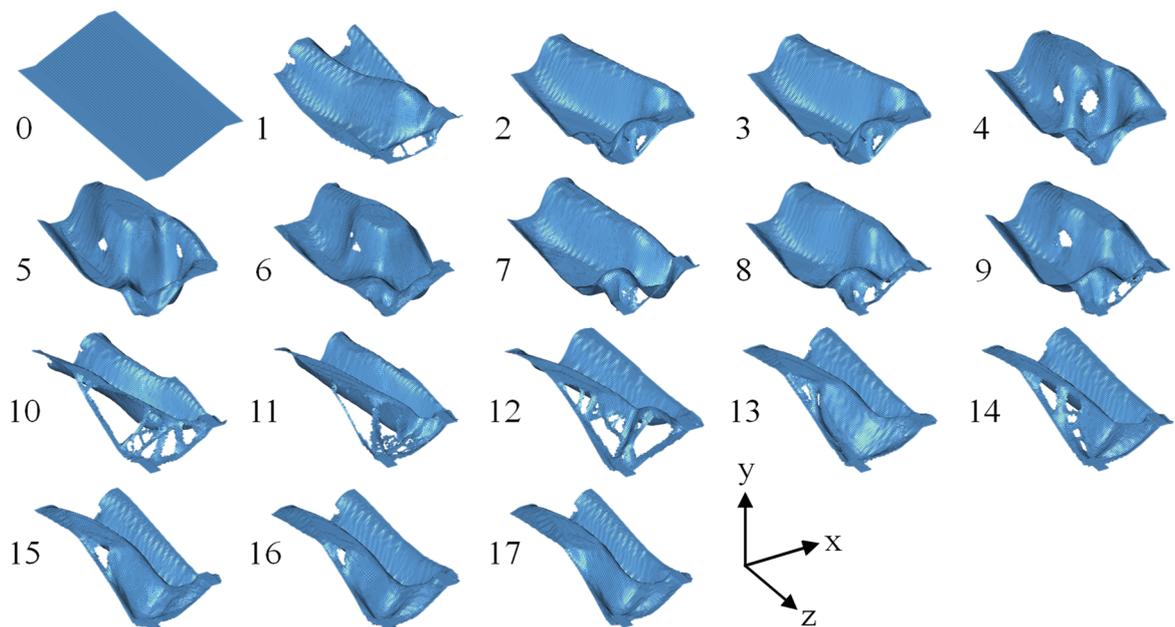
$$w_k = 1; \quad k = 1, \dots, 5$$

sodass

$$v \leq v^U = 0,1. \quad (8.4)$$

Der Wert der Obergrenze  $v^U$  für die Volumenrestriktion ist hier kleiner als zuvor bei dem Modell „Biegung“ gewählt. Für jedes Modell muss ein Wert der Volumenrestriktion geschätzt oder durch Versuch gefunden werden, der nicht zu viel Material zulässt, da ansonsten auch die hier verwendete Fertigungsrestriktion kein Schalenergebnis mehr garantieren kann. Bei diesem Modell ist der Bauraum deutlich größer, weswegen die Obergrenze der Volumenrestriktion hier kleiner gewählt werden muss, da  $v$  sich auf einen Anteil des Bauraums bezieht. Anders als bei der Optimierung des Modells „Biegung“ finden hier im Verlauf der Optimierung immer wieder größere Änderungen am Entwurf der Schalen-Struktur statt. Zunächst wird die Intrusion in der ersten Iteration der äußeren Schleife nicht verringert. In Iteration 2 sinkt die Intrusion, und der Impaktor wird von der Schalen-Struktur aufgehalten, bevor die etwa 130 Grad große Winkeländerung erreicht ist, bei der die Crashberechnung beendet wird. Allerdings versagt eine der beiden Kontaktstellen, weil diese lokal nicht genügend Steifigkeit aufweist, so dass die durch den Kontakt resultierende Verformung groß genug ist, dass der Impaktor an dieser Seite daran vorbeigleiten kann. Dadurch schafft es die Schalen-Struktur nur sehr knapp, den Impaktor zu stoppen. In Iteration 6 wird die Intrusion dann noch einmal deutlich gesenkt und das neue Niveau bis einschließlich zur 16ten Iteration ungefähr beibehalten. Bei diesen Schalen-Strukturen der Iteration 6 bis 16 der äußeren Schleife halten beide Kontaktstellen stand. In der 17ten ist das Ergebnis eine

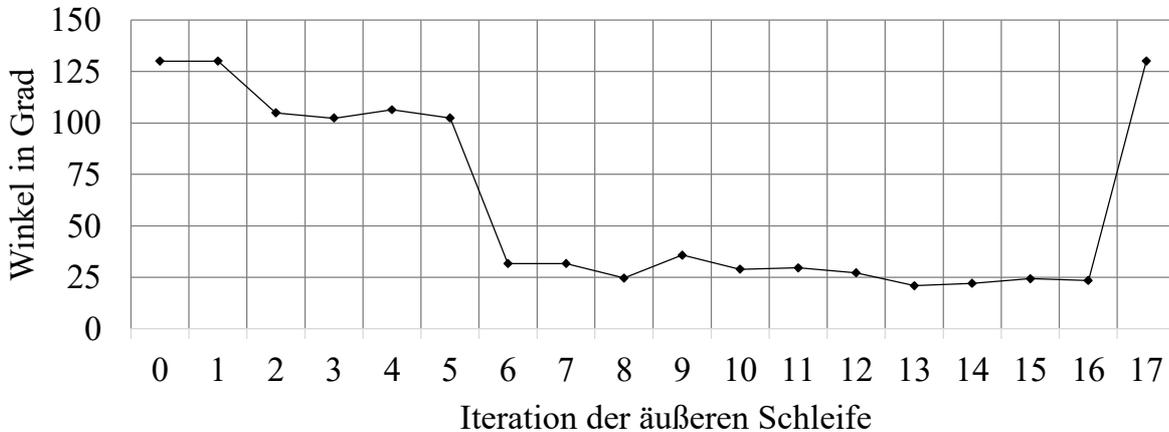
Schalen-Struktur, die den Impaktor nicht aufhalten kann. Eine der beiden Kontaktstellen versagt erneut.



**Abbildung 8-22:** Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife des NOCS-Prozesses für das Modell „Torsion“

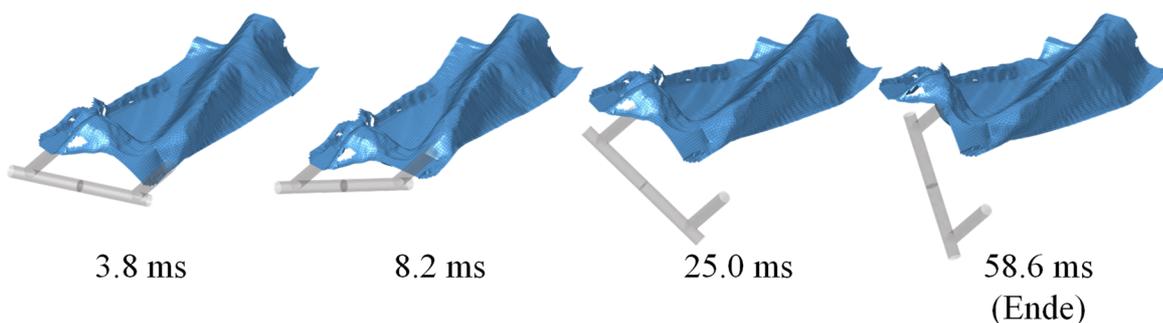
Der Kontaktbereich zwischen Impaktor und Schalen-Struktur ändert sich im Verlauf der Optimierung nicht, da der entsprechende Bereich im Voxel-Modell nicht zum Entwurfsraum gehört. Es kann angenommen werden, dass das dazu beiträgt, dass der Verlauf der Zielfunktion über die Iterationen der äußeren Schleife hier weniger variiert ist, da der Kontaktbereich, wie in der Optimierung des Modells „Biegung“ zu sehen ist, einen großen Einfluss auf das Verhalten bei Crash haben kann. Der offensichtliche Nachteil dabei ist, dass der Kontaktbereich dann nicht durch den Optimierungsprozess verbessert werden kann. Da es in diesem Beispiel zwei Kontaktstellen gibt und nicht alle auftretenden Kontaktkräfte in der inneren Schleife berücksichtigt werden, besteht die Gefahr, dass eine der beiden Kontaktstellen während des Prozesses weicher wird als die andere. Der dann resultierende Unterschied in den Größen der Kontaktkräfte zwischen den beiden Stellen kann dazu führen, dass dieser Prozess weitergeführt wird, bis eine Kontaktstelle in der inneren Schleife komplett entfernt wird. Denn bei der Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit wird die Kontaktstelle mit den höheren Kräften wichtiger in der inneren Schleife, was dann zu einer positiven Rückkopplung führen kann. Ist eine Kontaktstelle nicht mehr vorhanden, wird diese wahrscheinlich auch nicht mehr zurückkehren, da dort auch keine

Kontaktkräfte mehr auftreten können. Sollte wie in diesem Beispiel bei mehreren Kontaktstellen absehbar sein, dass alle Kontaktstellen wichtig sind, erscheint es sinnvoll, die Kontaktstellen nicht dem Entwurfsraum hinzuzufügen.



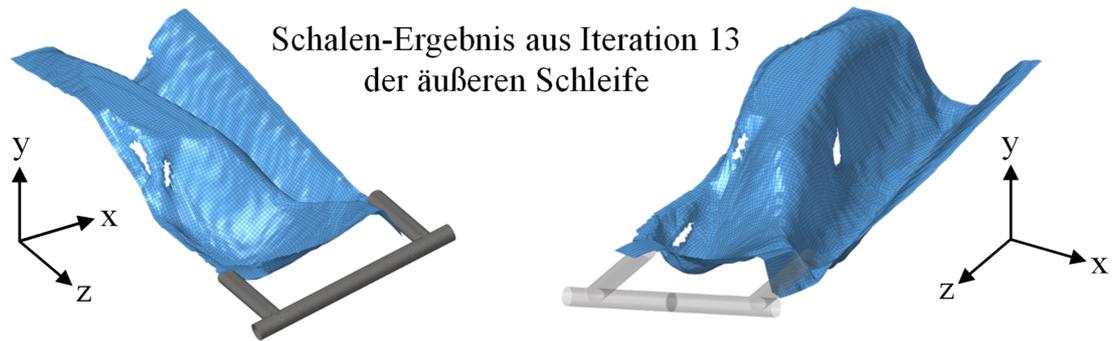
**Abbildung 8-23:** Maximale Winkeländerung des Impaktors über die Iterationen der äußeren Schleife

Das Verhalten des Schalen-Modells aus der 2ten Iteration der äußeren Schleife bei Crash ist in Abbildung 8-24 veranschaulicht. Wie zu erkennen ist, hält eine Kontaktstelle dem Impaktor stand, während die andere das nicht tut. Nachdem eine Kontaktstelle nachgegeben hat, wird die gesamte Struktur von dem Impaktor nach oben verbogen. Damit wird der Impaktor mit einer maximalen Winkeländerung von 104,9 Grad zwar aufgehalten, bevor die 130 Grad Winkeländerung erreicht ist, aber eine geringe Intrusion wird so nicht erreicht.



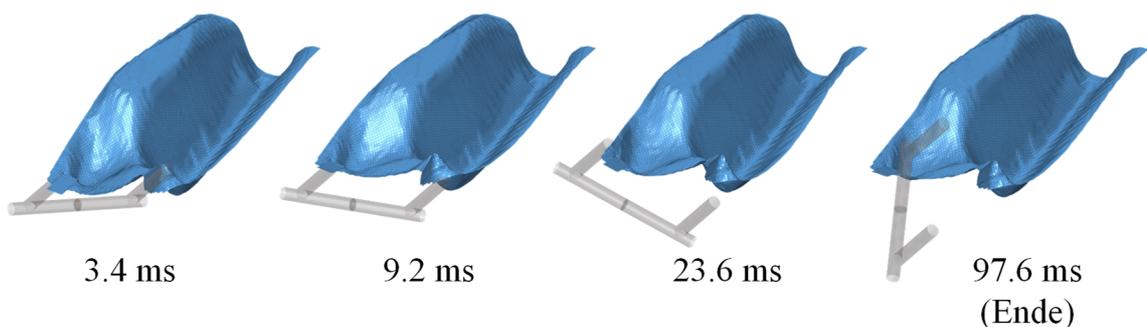
**Abbildung 8-24:** Veranschaulichung des Verhaltens der Schalen-Struktur aus der 2ten Iteration der äußeren Schleife bei Crash

Das zeigt der Vergleich mit dem Ergebnis aus Iteration 13. Die Verformung der Struktur und die Lage des Impaktors zum Zeitpunkt, an dem dieser gestoppt wird, sind in Abbildung 8-25 dargestellt. Beide Kontaktstellen halten stand und die maximale Winkeländerung des Impaktors wird auf 27,2 Grad reduziert.



**Abbildung 8-25:** Momentaufnahme des Verhaltens bei Crash zum Zeitpunkt, an dem der Impaktor gestoppt wird

Das Ergebnis der 17ten Iteration hält den Impaktor nicht auf, weil eine der Kontaktstellen versagt und der Impaktor an der anderen Kontaktstelle nach dem Versagen der ersten vorbeigleitet. Dieser Vorgang ist in Abbildung 8-26 veranschaulicht. Die Schalen-Strukturen aus den Iterationen 13 und 17 der äußeren Schleife unterscheiden sich nur geringfügig voneinander. Die Form ist sehr ähnlich, die Schalen-Struktur aus Iteration 13 hat Löcher, die Schalenstruktur aus Iteration 17 nicht. Dadurch unterscheiden sich die Blechdicken. Die Schalen-Struktur aus Iteration 13 ist 0.614 mm dick, die aus Iteration 17 nur 0.586 mm. Weil eine der Kontaktstellen des Ergebnisses aus Iteration 13 nur knapp standhält, könnte das der Unterschied sein, der dazu führt, dass die eine Kontaktstelle in dem Ergebnis aus Iteration 17 das nicht mehr tut.



**Abbildung 8-26:** Veranschaulichung des Verhaltens der Schalen-Struktur aus der 17ten Iteration der äußeren Schleife bei Crash

Auch bei dieser Optimierung zeigt sich, dass der NOCS-Prozess keine kontinuierliche Verbesserung über die Iterationen erzielen und es auch zu deutlichen Verschlechterungen kommen kann. Aber auch hier konnte durch die Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit in der inneren Schleife die Intrusion beim Crash erfolgreich reduziert werden.

### 8.2.3 Ergebnisse für das Modell „Seitlich“

Für die Optimierung des Modells „Seitlich“ wurden insgesamt 50 Iterationen der äußeren Schleife des NOCS-Prozesses durchgeführt. Die Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife sind in Abbildung 8-27 dargestellt, die zugehörigen Werte der maximalen Intrusion des Impaktors bei Crash können Abbildung 8-28 entnommen werden. Das Optimierungsziel in der inneren Schleife lautet:

$$\min \sum_{k=1}^n w_k f(\mathbf{x})_k \quad (8.5)$$

mit

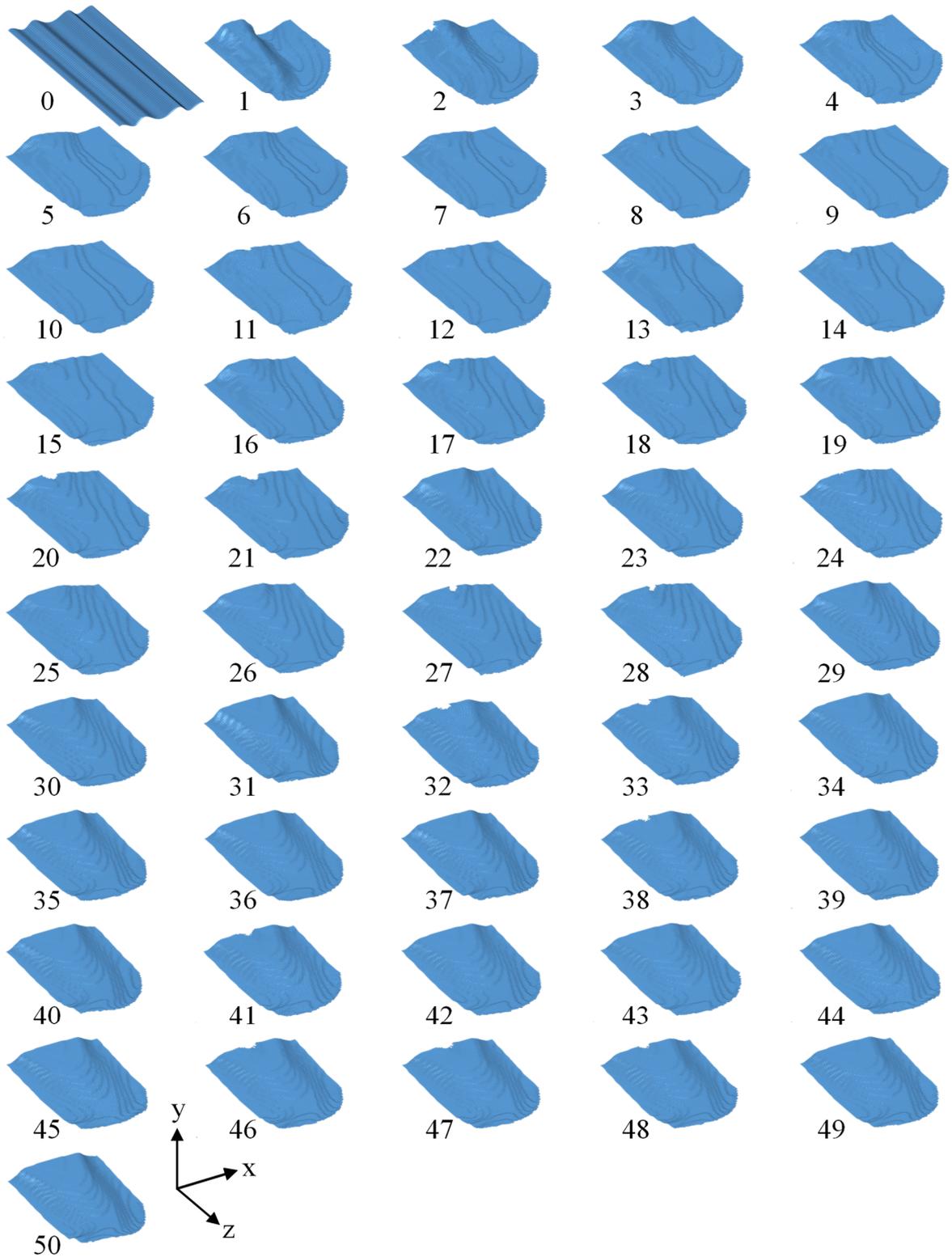
$$k = 5$$

$$w_k = 1; \quad k = 1, \dots, 5$$

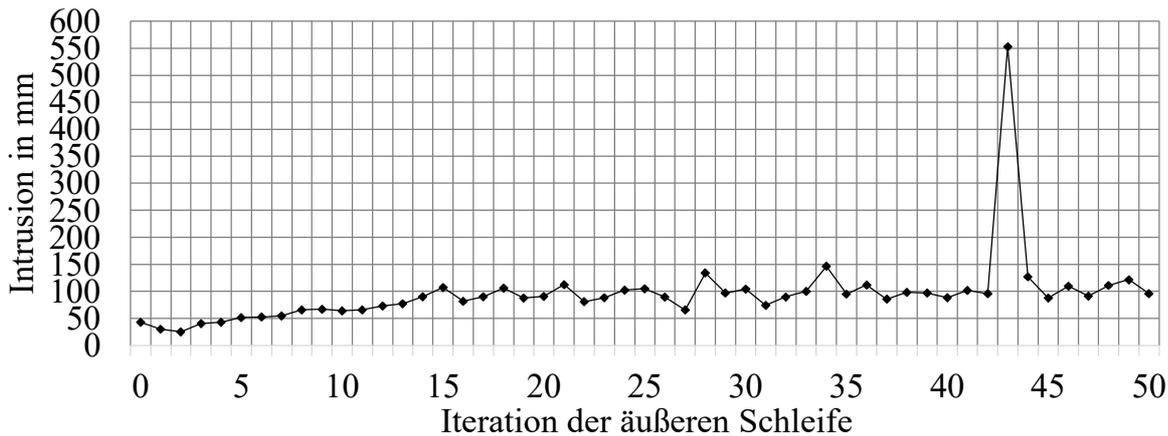
sodass

$$v \leq v^U = 0,1. \quad (8.6)$$

In der ersten Iteration der äußeren Schleife wird die Intrusion im Vergleich zur Intrusion des initialen Entwurfs gesenkt und in Iteration 2 nochmals reduziert. Die Intrusion konnte in Iteration 2 von ursprünglich 42,8 mm auf 25,2 mm reduziert werden. Anschließend steigt die Intrusion wieder über den Wert des initialen Entwurfs und unterschreitet diesen im gesamten Verlauf des Prozesses nicht mehr. Die Schalen-Strukturen nach der zweiten Iteration der äußeren Schleife liegen zunehmend in der x-z-Ebene, mit sickenähnlichen Ausprägungen in y-Richtung. Die Schalen-Strukturen aus den Iterationen 2 und 3, deren Intrusion deutlich niedriger ist, unterscheiden sich von den nachfolgenden Schalen-Struktur vor allem durch eine deutliche Wölbung der Schalen-Struktur. Diese Wölbung verschwindet ab Iteration 3 sukzessiv aus den Entwürfen. Mit fortschreitendem Entfernen der Wölbung verschlechtert sich das Strukturverhalten bezogen auf die Intrusion.

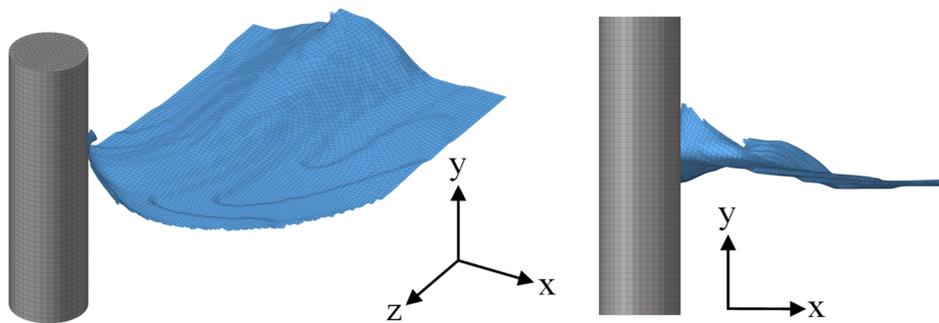


**Abbildung 8-27:** Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife des NOCS-Prozesses für das Modell „Seitlich“



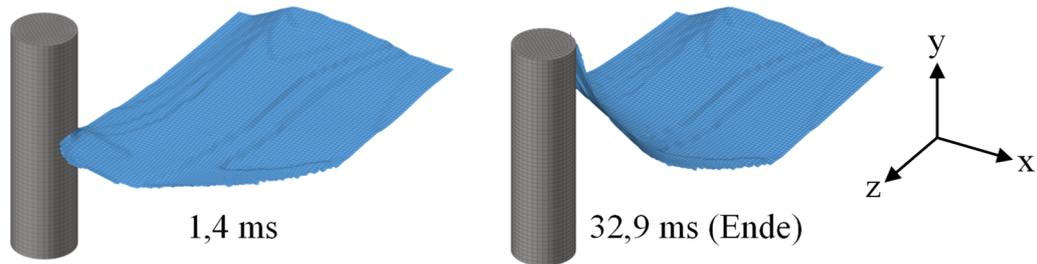
**Abbildung 8-28:** Werte der Intrusion des Impaktors über die Iterationen der äußeren Schleife

Abbildung 8-29 und Abbildung 8-30 veranschaulichen das Verhalten der Schalen-Strukturen aus Iteration 2 und 10 der äußeren Schleife. Nachdem sich der Impaktor zunächst kurz seitlich in die Schalen-Struktur drückt, was zu hohen Kontaktkräften führt, wird die Schalen-Struktur nach oben weggebogen. Die Wölbung der Schalen-Struktur, die in Iteration 2 noch vorhanden ist, wirkt dem entgegen.



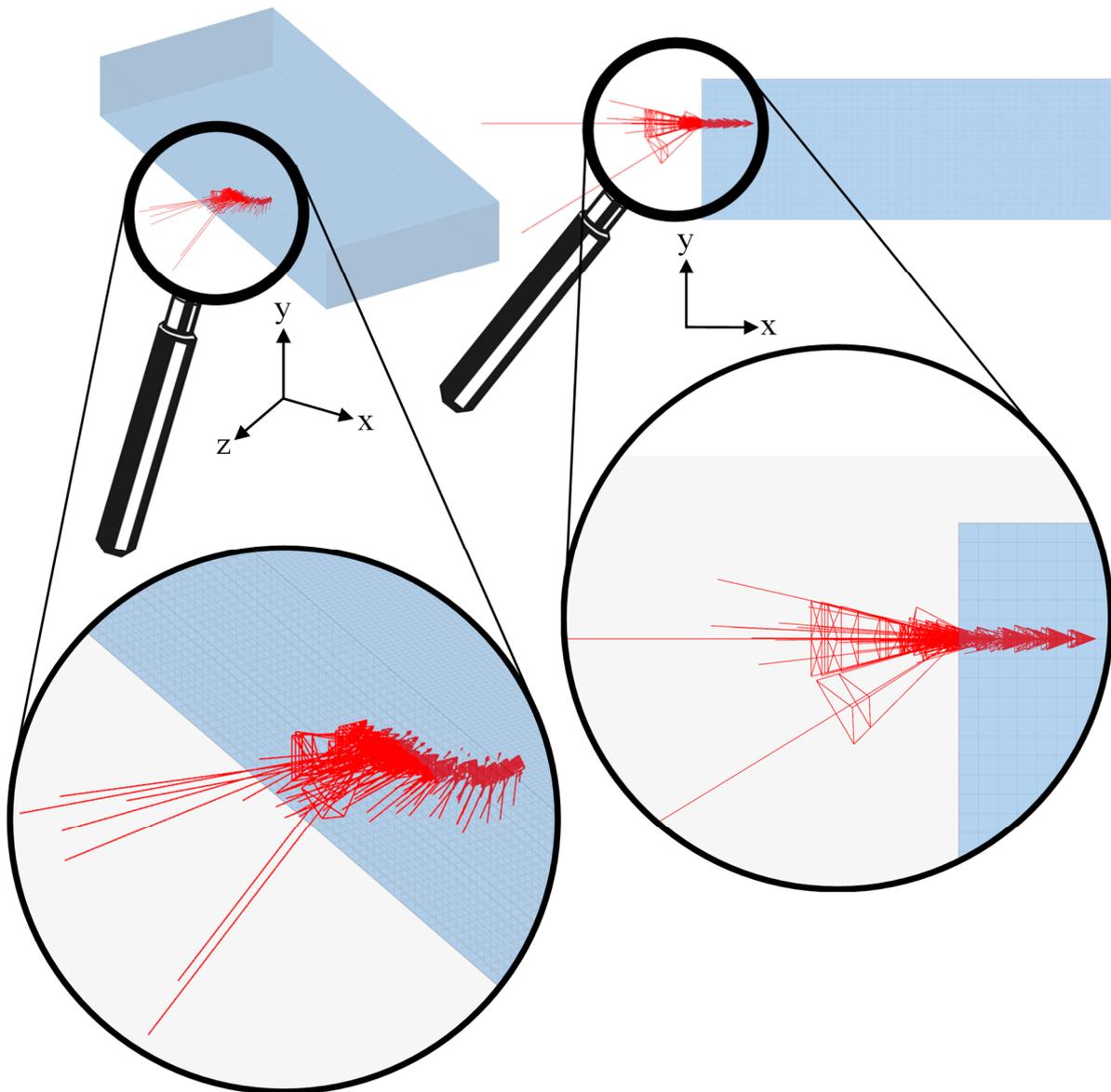
**Abbildung 8-29:** Veranschaulichung des Verhaltens der Schalen-Struktur aus der 2ten Iteration der äußeren Schleife bei Crash

Die Sicken, die diese in Iteration 10 ersetzen, erfüllen eine ähnliche Funktion. Diese reichen aber nicht mehr aus, um die Intrusion auf dem geringen Niveau zu halten. Der Impaktor kann weiter als zuvor vordringen, weil sich die Schalen-Struktur jetzt deutlich stärker nach oben biegt. Dieser Vorgang wird in der inneren Schleife entweder nicht oder nur unzureichend repräsentiert, da ansonsten die Struktur mehr wie in Iteration 1 und 2 aus der Ebene herauskommen würde.



**Abbildung 8-30:** Veranschaulichung des Verhaltens der Schalen-Struktur aus der 10ten Iteration der äußeren Schleife bei Crash

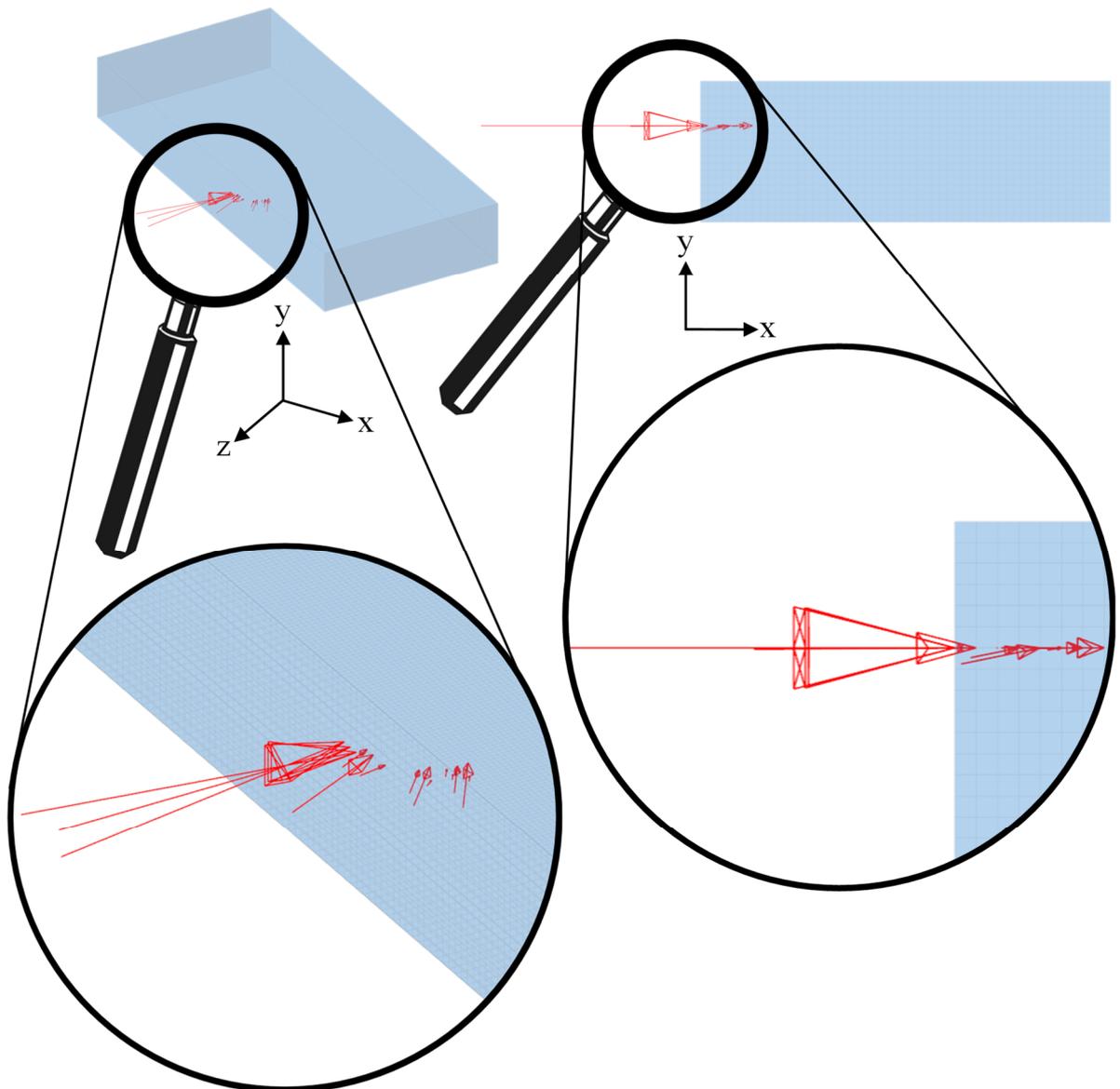
Das bestätigt sich bei Betrachtung der Lastfälle, die für die innere Schleife erzeugt werden. In Abbildung 8-31 sind alle Kontaktkräfte dargestellt, die bei der Crashberechnung der Schalen-Struktur aus Iteration 10 ermittelt wurden. Ein Großteil der Kräfte wirkt in der x-z-Ebene, es gibt aber auch Kräfte, die einen deutlichen Anteil in die y-Richtung aufweisen.



**Abbildung 8-31:** Alle Kontaktkräfte der Crashberechnung, übertragen auf das Voxel-Modell

Die davon für die Lastfälle der inneren Schleife verwendeten Kontaktkräfte sind in Abbildung 8-32 dargestellt. Da diese aus teilweise verschiedenen Zeitpunkten der Crashberechnung stammen, wirken sie nicht wie hier dargestellt, sondern in getrennten Lastfällen in der inneren Schleife. Selbst wenn alle Kontaktkräfte in der inneren Schleife berücksichtigt würden, wären hier deutliche  $y$ -Komponenten nur in wenigen Lastfällen vorhanden. Die hier gewählten Lastfälle enthalten fast keine Kraftanteile, die in  $y$ -Richtung wirken. Mit der mittleren Nachgiebigkeit als Zielfunktion ist es erwartungsgemäß, dass keine Maßnahmen zu Steigerung der Biegesteifigkeit in  $y$ -Richtung umgesetzt werden, wenn es keine entsprechend wirkenden Kräfte gibt, denn die Möglichkeit des Versagens der Struktur wird nicht berücksichtigt. Wird die

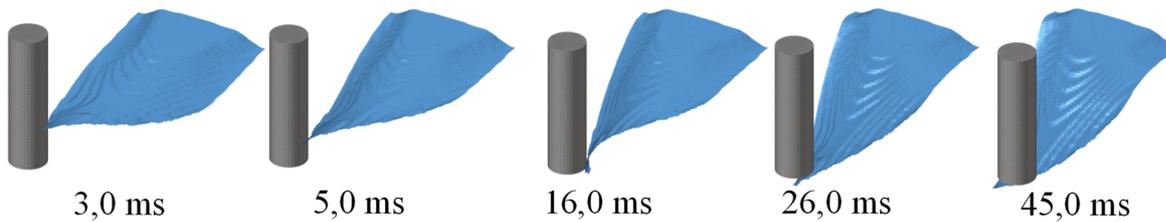
Beulsicherheit bei einer statisch linearen Topologieoptimierung nicht in der Formulierung der Optimierungsziele berücksichtigt, können je nach Lastfall auch bei Druckbelastungen filigrane Strukturen entstehen, die knickgefährdet sind. In der Crashberechnung wird das Verbiegen der Struktur erfasst, in der inneren Schleife nicht. Eine Änderung der Zielfunktion in der inneren Schleife zur Maximierung der Beulsicherheit statt der Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit ist in diesem Fall daher sinnvoll und folgt in Kapitel 8.4 unter anderem für dieses Modell.



**Abbildung 8-32:** Die in der inneren Schleife verwendeten Kontaktkräfte der Crashberechnung, übertragen auf das Voxel-Modell

Abschließend zu diesen Optimierungsergebnissen ist in Abbildung 8-33 noch das Verhalten der Schalen-Struktur aus Iteration 43 veranschaulicht. Diese Struktur ist die

einzig, die den Impaktor nicht aufhalten kann. In diesem Fall wird die Struktur so weit nach unten gebogen, dass der Impaktor an ihr vorbeirutschen kann.



**Abbildung 8-33:** Veranschaulichung des Verhaltens der Schalen-Struktur aus der 43ten Iteration der äußeren Schleife bei Crash

### 8.2.4 Ergebnisse für das Modell „Frontal“

Auch für die Optimierung des Modells „Frontal“ wurden 50 Iterationen der äußeren Schleife mit dem NOCS-Prozess durchgeführt. Die resultierenden Schalen-Strukturen sind in Abbildung 8-34 und die zugehörigen Werte der Intrusion in Abbildung 8-35 dargestellt. Das Optimierungsziel in der inneren Schleife lautet:

$$\min \sum_{k=1}^n w_k f(\mathbf{x})_k \quad (8.7)$$

mit

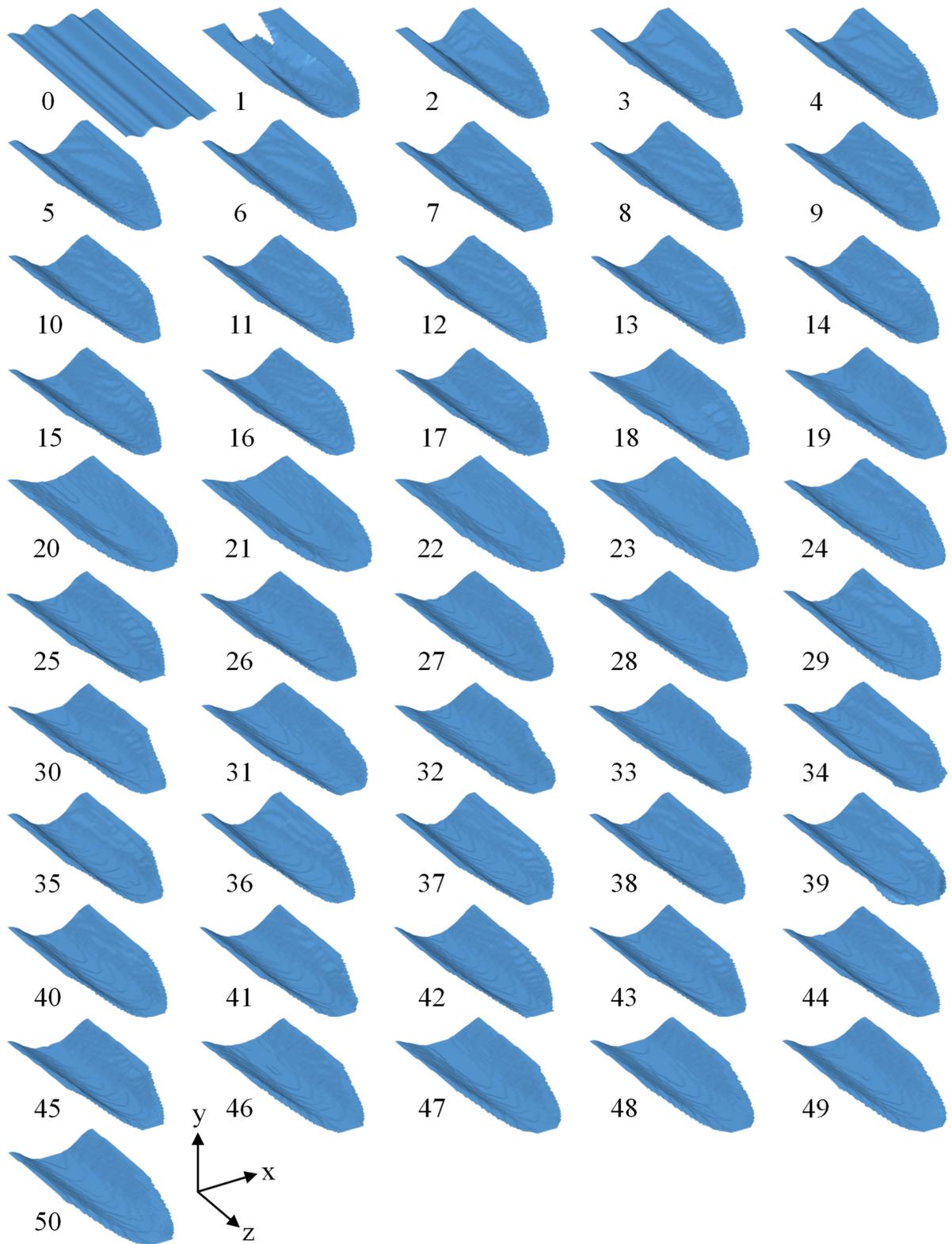
$$k = 5$$

$$w_k = 1; \quad k = 1, \dots, 5$$

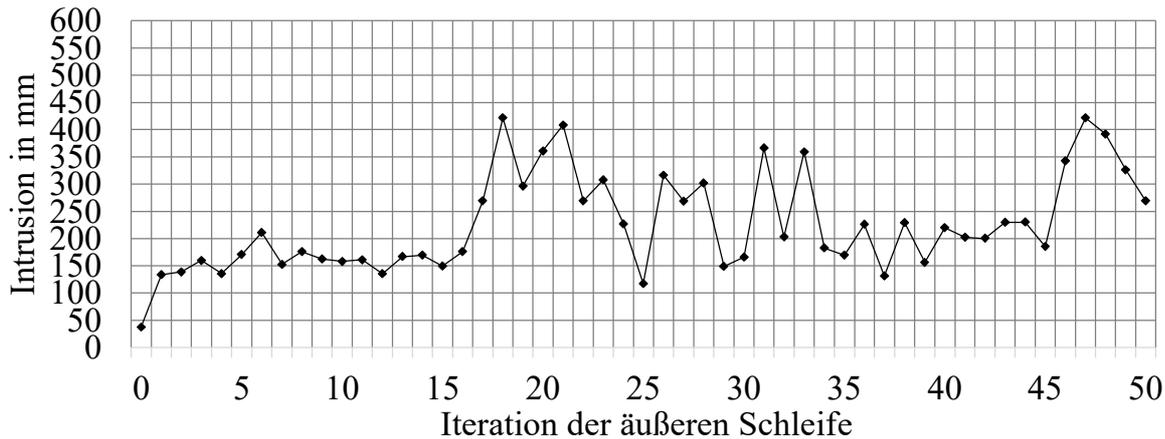
sodass

$$v \leq v^U = 0,15. \quad (8.8)$$

Für dieses Modell konnte die Intrusion nicht reduziert werden. Das verwendete initiale Modell verhält sich im Vergleich zu den bisher betrachteten Modellen in Bezug auf die Intrusion deutlich besser. Es ist daher zu erwarten, dass es entsprechend schwieriger wird, eine weitere Verbesserung zu erzielen. Das ist aber nicht der einzige Grund, warum hier keine Verbesserung erzielt wurde. Die Schalen-Strukturen, die sich aus dem Prozess ergeben haben, sind ungeeignet, um den Wert der Intrusion klein zu halten.

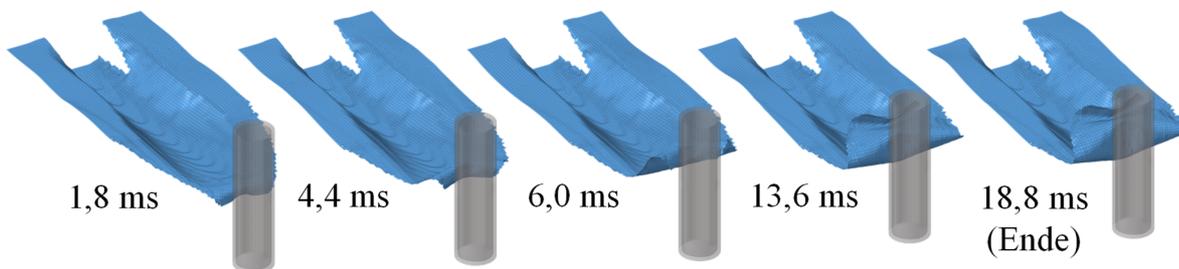


**Abbildung 8-34:** Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife des NOCS-Prozesses für das Modell „Frontal“



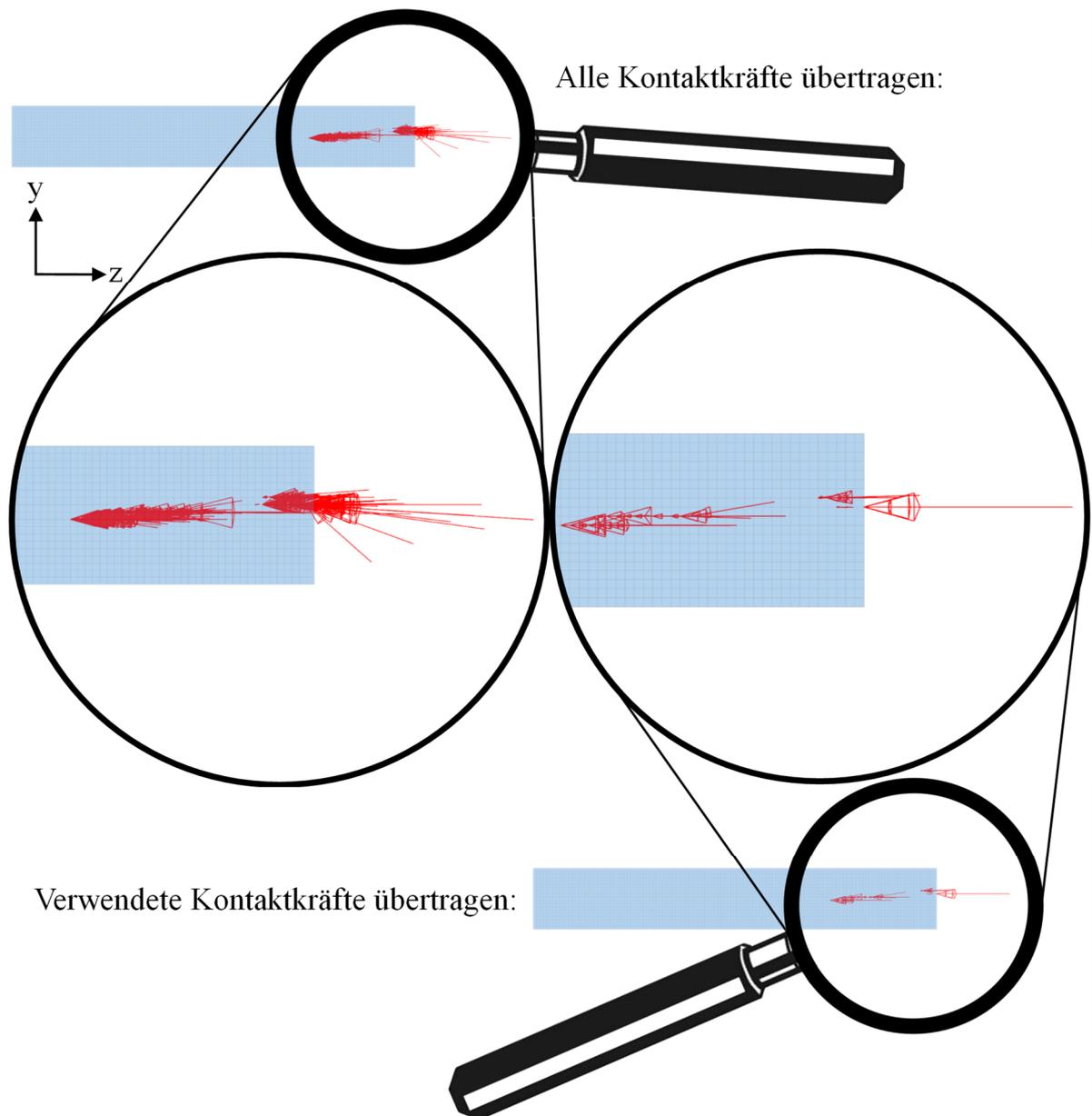
**Abbildung 8-35:** Werte der Intrusion des Impaktors über die Iterationen der äußeren Schleife

An dem in Abbildung 8-36 veranschaulichtem Verhalten der Schalen-Struktur aus Iteration 1 lässt sich erkennen, warum diese Strukturen dazu ungeeignet sind. Der Bereich in der Nähe des Impaktors verbiegt sich und wird anschließend durch den Impaktor zusammengefaltet. Diese Problematik betrifft alle aus dem Prozess erhaltenen Schalen-Strukturen. Es besteht eine Ähnlichkeit zu der zuvor bei der Optimierung des Modells „Seitlich“ festgestellten Problematik.



**Abbildung 8-36:** Veranschaulichung des Verhaltens der Schalen-Struktur aus der ersten Iteration der äußeren Schleife bei Crash

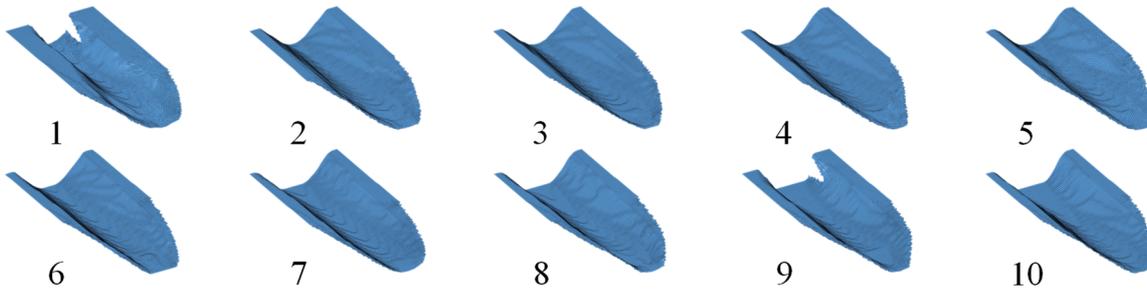
Das wird erneut bei einer Betrachtung der aus der Crashberechnung resultierenden und der zur Lastfallgenerierung verwendeten Kontaktkräfte deutlich. Die ermittelten Kontaktkräfte sind nach einer Übertragung auf das Voxel-Modell beispielhaft für das Schalen-Modell aus Iteration 1 in Abbildung 8-37 dargestellt.



**Abbildung 8-37:** Kontaktkräfte aus der Crashberechnung, übertragen auf das Voxel-Modell

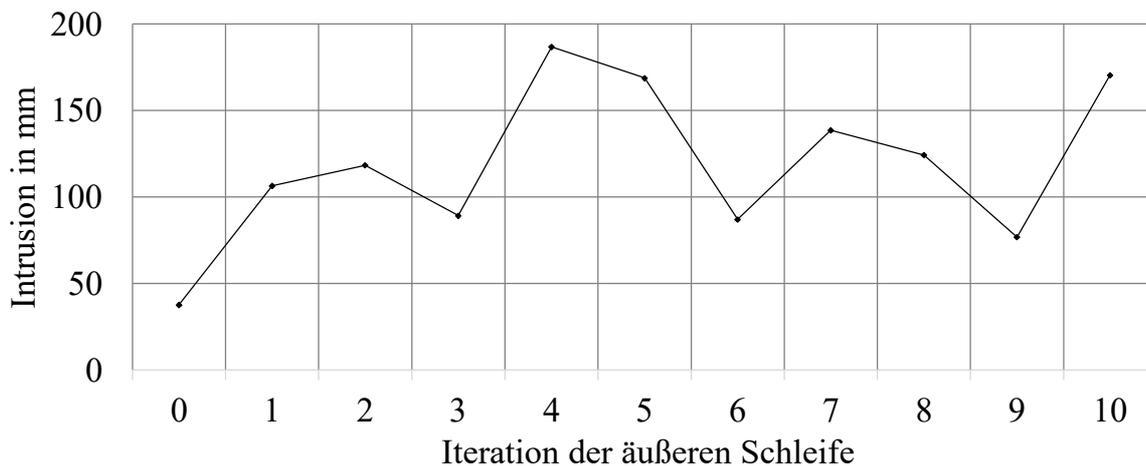
Wie schon bei der Optimierung des Modells „Seitlich“ sind die Kräfte mit einer deutlichen Komponente in die  $y$ -Richtung seltener als Kräfte in der  $x$ - $z$ -Ebene. Anders als bei der Optimierung des Modells „Seitlich“ sind in diesem Fall in der inneren Schleife Kräfte mit einer solchen Komponente enthalten, jedoch in einer deutlichen Minderheit. Sowohl diese Ergebnisse als auch die Ergebnisse der Optimierung des Modells „Seitlich“, sind gute Beispiele für die in Kapitel 7.2.2 beschriebene Bedeutung der Auswahl der Kontaktkraftzeitpunkte. Bei einer wie hier durchgeführten einfachen äquidistanten Verteilung besteht die Gefahr, wichtige Kontaktkräfte nicht zu berücksichtigen. Eine

Verwendung aller Kontaktkräfte führt andererseits zwar dazu, dass diese berücksichtigt werden. Gleichzeitig werden die Kontaktkräfte aber aufgrund der Vielzahl anderer Kontaktkräfte eventuell so niedrig gewichtet, dass diese letztendlich die Zielfunktion nicht ausreichend beeinflussen. Wird die Optimierung des Modells wiederholt und werden dabei alle Zeitpunkte mit Kontaktkräften als Lastfälle in der inneren Schleife berücksichtigt, ändern sich die Ergebnisse nicht generell, wie Abbildung 8-38 und Abbildung 8-39 entnommen werden kann.



**Abbildung 8-38:** Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife des NOCS-Prozesses für das Modell „Frontal“ bei Verwendung aller Kontaktkräfte

Die Schalen-Ergebnisse verändern sich leicht, der grundsätzliche Entwurf bleibt aber unverändert. Das zeigt sich auch bei den Werten der Intrusion in der äußeren Schleife. Die Performanz dieser Entwürfe ist vergleichbar mit denen der ersten Optimierung.



**Abbildung 8-39:** Werte der Intrusion des Impaktors über die Iterationen der äußeren Schleife bei der Verwendung aller Kontaktkräfte

### 8.2.5 Ergebnisse für das Modell „Seitlich mit Barriere“

Für die Optimierung des Modells „Seitlich mit Barriere“ wurden 20 Iterationen der äußeren Schleife mit dem NOCS-Prozess durchgeführt. Die resultierten Schalen-

Strukturen sind in Abbildung 8-40 und die zugehörigen Werte der Intrusion in Abbildung 8-41 dargestellt. Das Optimierungsziel in der inneren Schleife lautet:

$$\min \sum_{k=1}^n w_k f(\mathbf{x})_k \quad (8.9)$$

mit

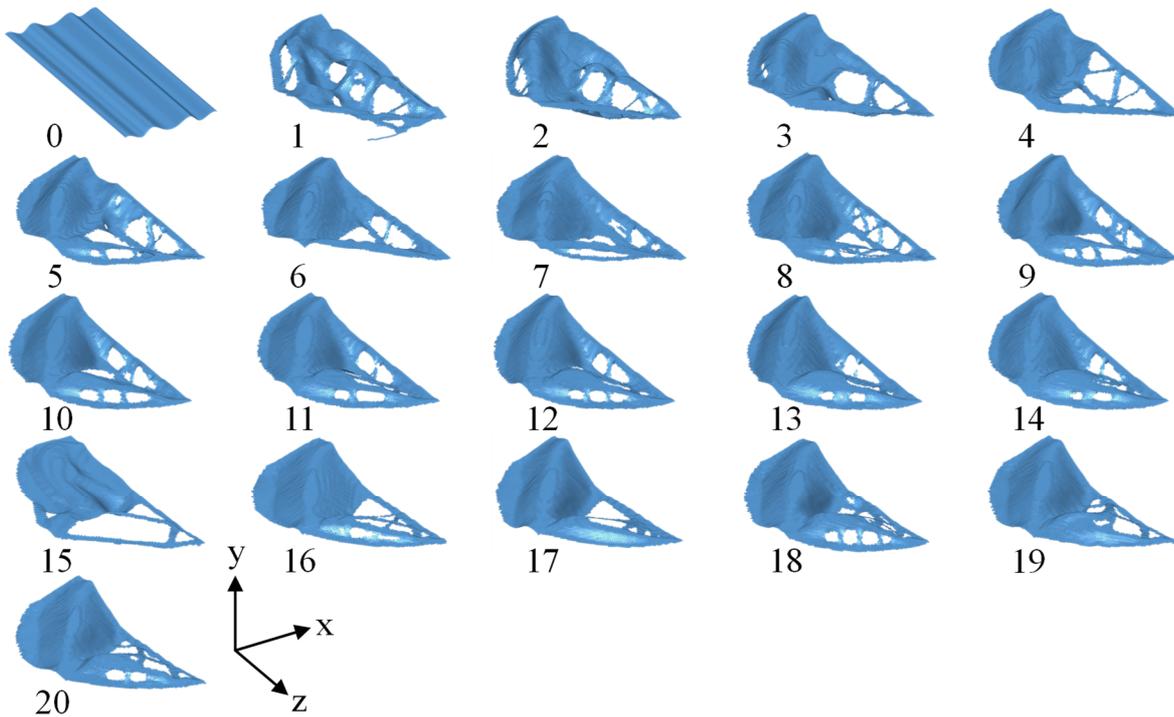
$$k = 5$$

$$w_k = 1; \quad k = 1, \dots, n$$

sodass

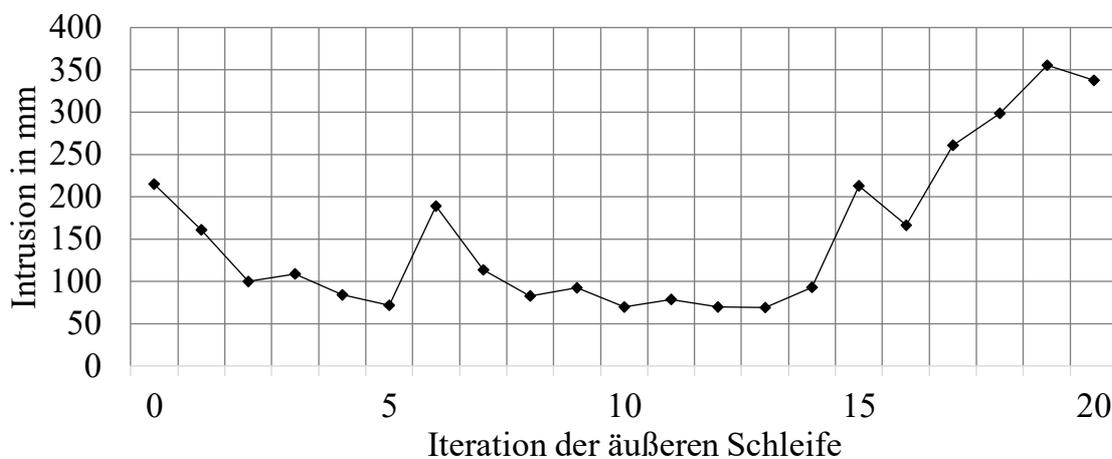
$$v \leq v^U = 0,1. \quad (8.10)$$

Mit dieser Optimierung wird untersucht, wie sich der Prozess verhält, wenn neben dem Impaktor noch ein weiterer Körper mit der Struktur interagiert. In diesem Fall kann sich die Barriere während des Prozesses an der Struktur abstützen. Die Barriere ist dabei so positioniert, dass es zur Reduktion der Intrusion vorteilhaft sein kann, diesen Effekt auszunutzen. Damit dieser Effekt in der inneren Schleife des Prozesses berücksichtigt werden kann, werden zusätzlich auch die Kontaktkräfte zwischen der Struktur und der Barriere in die Lastfälle integriert. Um auszuschließen, dass die Zeitpunkte, bei denen es zu Kontaktkräften zwischen der Struktur und der Barriere kommt, bei der Lastfallgenerierung verpasst werden, sind alle Zeitpunkte der Crashberechnung als Lastfälle in der inneren Schleife berücksichtigt.



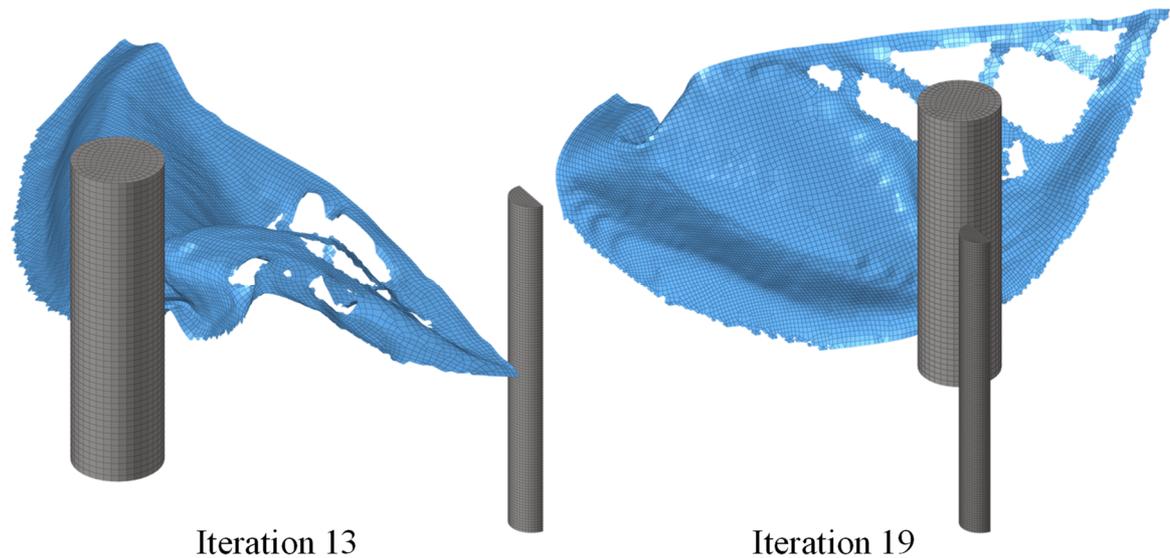
**Abbildung 8-40:** Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife des NOCS-Prozesses für das Modell „Seitlich mit Barriere“

Wie anhand der Ergebnisse klar zu erkennen ist, wird die stützende Wirkung der Barriere durch Einbeziehung der Kontaktkräfte von dieser mit der Struktur in der inneren Schleife genutzt. Alle Strukturen aus den Optimierungen beinhalten Lastpfade von der Einspannung hin zur Barriere. Die resultierenden Strukturen reduzieren die Intrusion teilweise deutlich, werden aber ab der 15ten Iteration der äußeren Schleife wieder schlechter als die initiale Struktur, bezogen auf die Höhe der Intrusion.



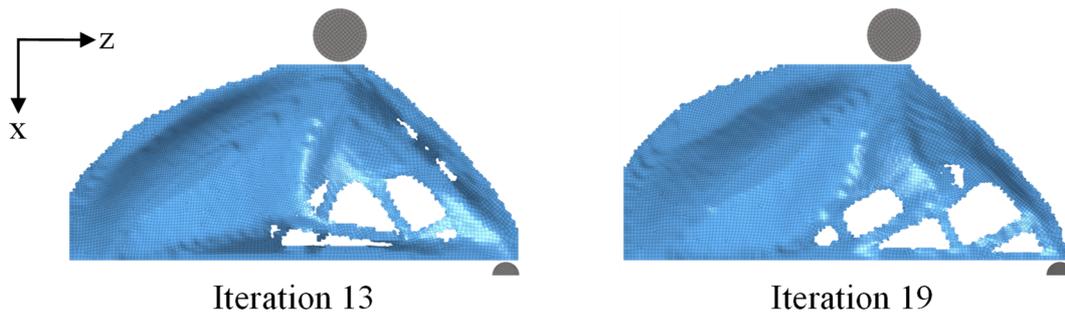
**Abbildung 8-41:** Werte der Intrusion des Impaktors über die Iterationen der äußeren Schleife

In Abbildung 8-42 ist die Verformung der Strukturen aus den Iteration 13 (niedrigste Intrusion) und 19 (höchste Intrusion) veranschaulicht. Die Struktur aus Iteration 13 behält den Kontakt mit der Barriere, während die Struktur aus Iteration 19 stark genug verformt wird, um an der Barriere vorbei gedrückt zu werden. Trotzdem schafft es die Struktur noch, den Impaktor aufzuhalten.



**Abbildung 8-42:** Veranschaulichung des Verhaltens der Schalen-Struktur aus der 13ten und 19ten Iteration der äußeren Schleife bei Crash

Während sich die Höhe der Intrusion dieser beiden Strukturen bei Crash deutlich unterscheidet, sind sich die Form und Topologie der beiden Strukturen ähnlich, wie in Abbildung 8-43 zu sehen ist. Wie schon bei der Optimierung des Modells „Biegung“ zeigt sich hier noch einmal, welche Auswirkungen auch kleine Änderungen des Entwurfs bei Crash haben können. In diesem Fall scheint es die weniger stark ausgeprägte Anbindung zur Barriere zu sein, die dazu führt, dass die Intrusion so stark ansteigt. Wegen der schwächeren Strukturen zwischen Einspannung und Barriere und zwischen Impaktor und Barriere verliert die Struktur im Verlauf des Crashereignisses den Kontakt zur Barriere und verliert damit auch viel von ihrer Stabilität.



**Abbildung 8-43:** Vergleich der Strukturen aus Iteration 13 und 19 der äußeren Schleife

Dieses Beispiel demonstriert eine besondere Eigenschaft bei der Verwendung der Kontaktkräfte als Ersatzlastfälle im Vergleich zur Verwendung von ESL. Mit der Struktur interagierende Körper können von dem Prozess als wichtige Stützstrukturen erkannt werden, ohne dass dazu vom/von der Ingenieur\*in in der inneren Schleife Einspannung an diesen Stellen definiert werden müssen. Bei der Verwendung von ESL würden diese Stellen nicht hervorstechen, sofern diese nicht auch zufällig die Bereiche der größten Verformung sind. Hinzu kommt, dass eine Einspannung solcher Bereiche bei der Verwendung von ESL nicht vorgesehen ist, sofern diese nicht auch bei der Crashberechnung eingespannt sind, da ansonsten nicht dieselben Verschiebungen wie beim Crash erzielt werden können. Die Bedeutung verschiedener potentieller Stützstellen kann wahrscheinlich durch die unterschiedlich großen Kontaktkräfte ebenfalls in der inneren Schleife erkannt werden. Das ist nur eine Hypothese, denn es ist mit dieser Optimierung nicht untersucht. Es erscheint aber wahrscheinlich, da davon ausgegangen werden kann, dass eine schwache angrenzende Struktur, durch den geringen Widerstand, den sie leistet, auch nur zu kleinen Kontaktkräften führt. Eine stabilere angrenzende Struktur hingegen wird zu größeren Kontaktkräften führen, sollte die zu optimierende Struktur mit dieser zusammenstoßen. In der Folge wird letztere in der inneren Schleife auch von höherer Bedeutung sein, sofern die Zeitpunkte, zu denen diese Kontaktkräfte auftreten, als Lastfälle berücksichtigt werden.

### 8.2.6 Ergebnisse für das Modell „Schubfeld“

Für die Optimierung des Modells „Schubfeld“ wurden 10 Iterationen der äußeren Schleife mit dem NOCS-Prozess durchgeführt. Das Optimierungsziel in der inneren Schleife lautet:

$$\min \sum_{k=1}^n w_k f(x)_k \quad (8.11)$$

mit

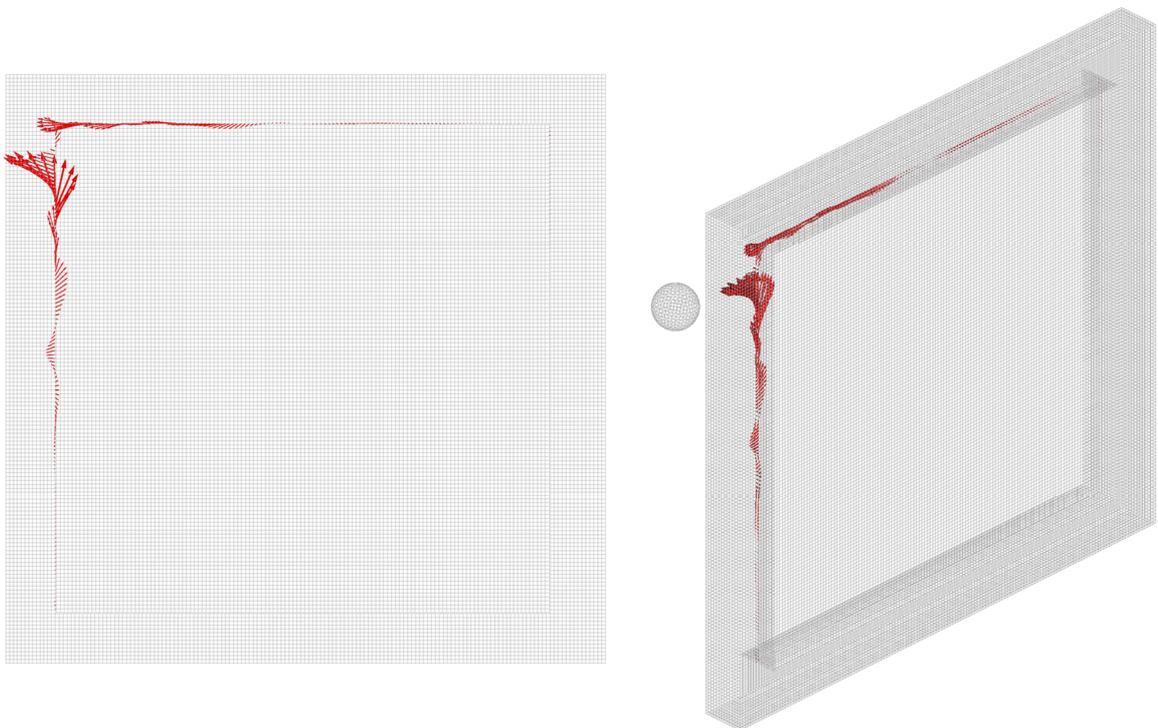
$$k = 5$$

$$w_k = 1; \quad k = 1, \dots, 5$$

sodass

$$v \leq v^U = 0,2. \quad (8.12)$$

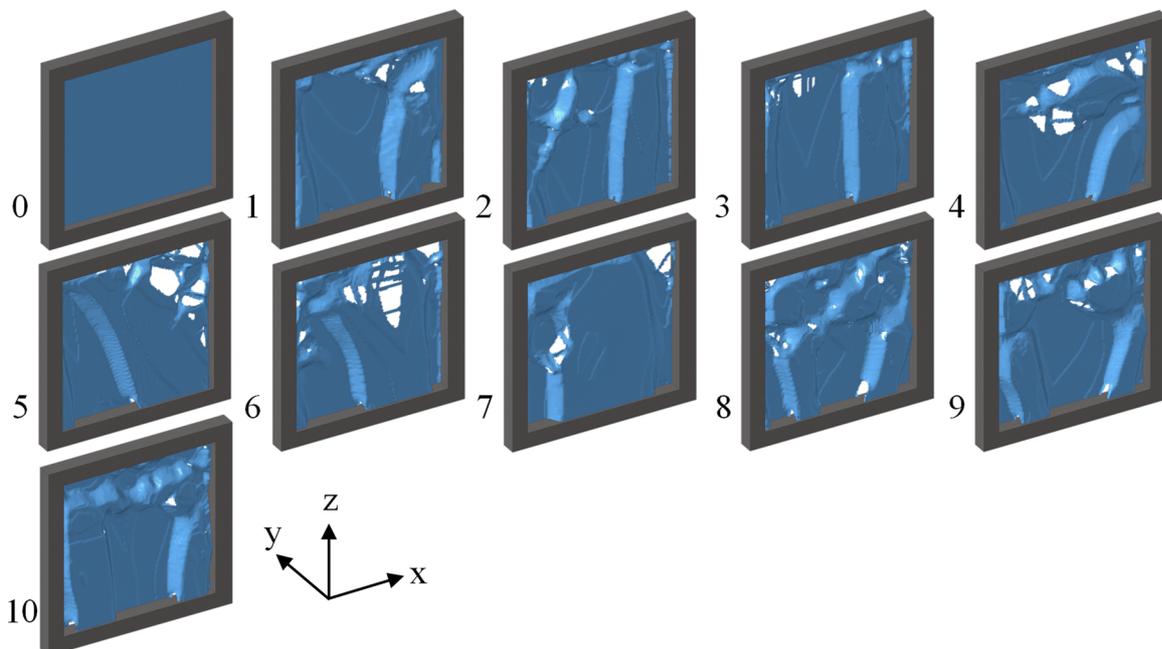
Das Modell „Schubfeld“ unterscheidet sich von den bisher untersuchten Modellen. Der Rahmen des Crash-Modells ist im Voxel-Modell für die innere Schleife nicht modelliert. Das führt zu zwei neuen Herausforderungen. Einerseits können in diesem Fall nicht die Kontaktkräfte zwischen Impaktor und Schalen-Struktur verwendet werden, da diese auf den im Voxel-Modell fehlenden Rahmen wirken. Stattdessen werden die Kontaktkräfte zwischen dem Rahmen und dem Schubfeld verwendet. In Abbildung 8-44 sind beispielhaft die Kontaktkräfte des initialen Modells dargestellt, die zum ersten Zeitpunkt mit Kontaktkräften auftreten.



**Abbildung 8-44:** Zeitlich erste auftretende Kontaktkräfte im initialen Entwurf aus zwei verschiedenen Perspektiven

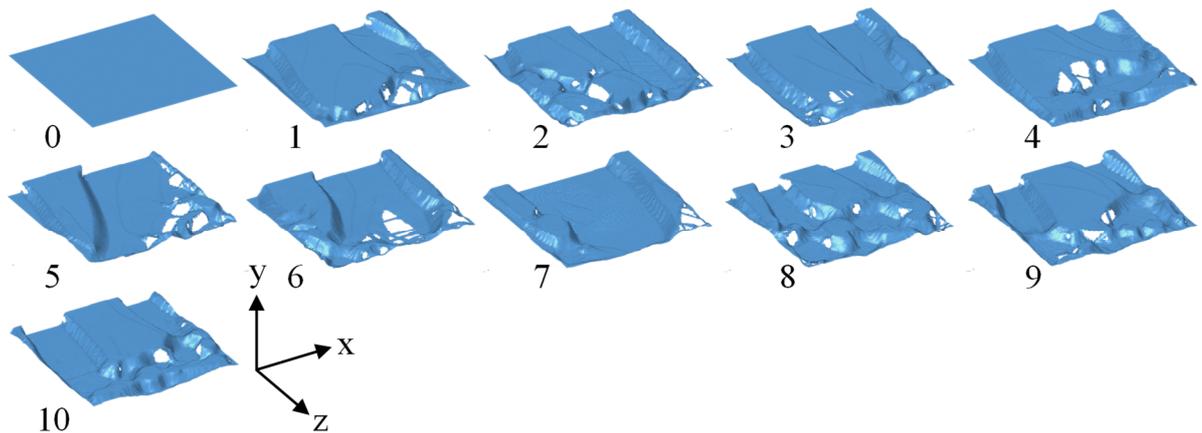
Diese Kontaktkräfte bilden das Problem ebenfalls ab, aber weniger direkt die Kontaktkräfte, die unmittelbar vom Impaktor verursacht werden. Es kommt noch die Abhängigkeit der Reaktion zwischen dem Schubfeld und dem Rahmen hinzu. Die

zweite Schwierigkeit ist die Einspannung der Struktur in der inneren Schleife. Da der Rahmen nicht im Voxel-Modell modelliert ist, kann keine Einspannung, die nur den Rahmen betrifft, definiert werden. Daher wurde die Einspannung wie in Kapitel 8.1.6 beschrieben so gewählt, dass nur Stellen der Struktur eingespannt sind, die auch in der inneren Schleife modelliert sind. Das dürfte aber in realen Problemstellungen nicht immer möglich sein. Die wohl naheliegendste Lösung dieser Problematik wäre die Modellierung aller Komponenten im Voxel-Modell, inklusive der Komponenten, die nicht zum Entwurfsraum gehören. Damit der NOCS-Prozess funktioniert, müssen diese Komponenten, in diesem Beispiel der Rahmen, von der Mittelflächengenerierung ausgeschlossen werden. In Abbildung 8-45 und Abbildung 8-46 sind die Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife des NOCS-Prozesses dargestellt.



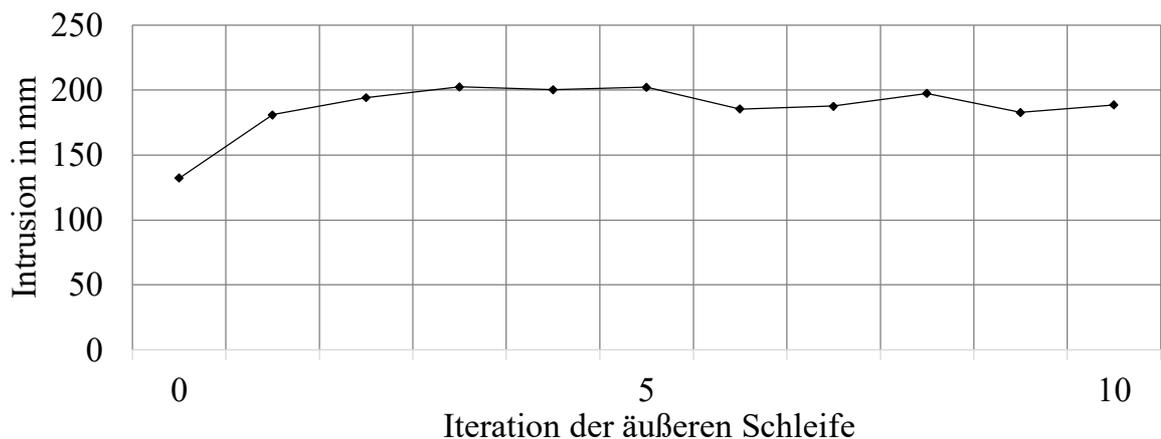
**Abbildung 8-45:** Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife des NOCS-Prozesses für das Modell „Schubfeld“

In Abbildung 8-46 sind die Schalen-Strukturen ohne den Rahmen dargestellt, damit auch die Randbereiche der inneren Struktur erkennbar sind.



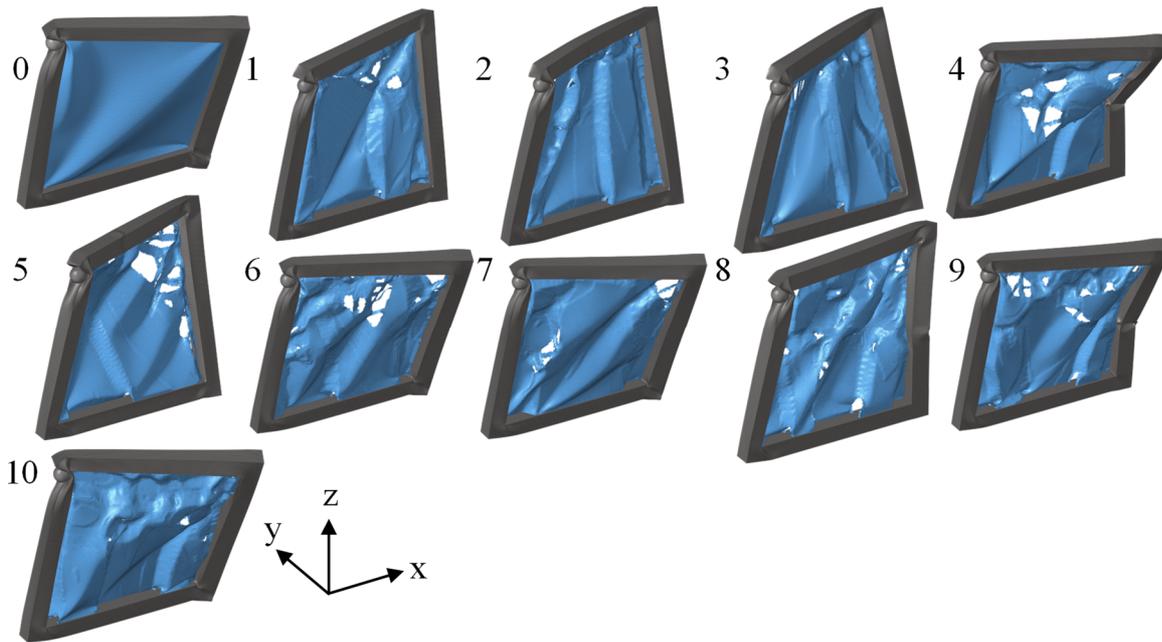
**Abbildung 8-46:** Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife des NOCS-Prozesses für das Modell „Schubfeld“, dargestellt ohne den Rahmen

Die Intrusion konnte durch den Optimierungsversuch nicht gesenkt werden. Sie ist stattdessen angestiegen. Die Werte der Intrusion der Schalen-Strukturen sind in Abbildung 8-47 dargestellt.



**Abbildung 8-47:** Werte der Intrusion des Impaktors über die Iterationen der äußeren Schleife

In Abbildung 8-48 ist das Verhalten der verschiedenen Schalen-Strukturen bei Crash veranschaulicht. Zu sehen ist die Deformation des Zeitpunkts, in dem der Impaktor aufgehalten wurde. Keine der Strukturen kann verhindern, dass der Rahmen aus der Ebene des initialen Schubfelds „herauskippt“.



**Abbildung 8-48:** Veranschaulichung des Verhaltens der Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife bei Crash

Warum dieser Optimierungsversuch fehlgeschlagen ist, lässt sich aus den Ergebnissen nicht eindeutig ableiten. Ursächlich könnte die geänderte Quelle der Kontaktkräfte sein, die hier nicht direkt der Impaktor ist. Die Verwendung der Kontaktkräfte zwischen der zu optimierenden Struktur und der unmittelbar angrenzenden Struktur, in diesem Fall der Rahmen, führt zu einer größeren Zahl von Kontaktkräften die in viele verschiedene Richtungen wirken und räumlich großflächiger verteilt sind. Da diese Kräfte einen gleichwertigen physikalischen Zusammenhang mit dem was während des Crashes passiert haben, wie die Kräfte zwischen Impaktor und der Rahmenstruktur, sollten diese aber auch im NOCS-Prozess nutzbar sein. Möglich ist auch, dass der initiale Entwurf gut genug ist, um eine weitere Verbesserung generell schwierig zu machen oder die Approximation des Verhaltens in der inneren Schleife in diesem Fall nicht ausreichend gut ist.

### 8.3 Untersuchung zu unterschiedlichen Belastungsrichtungen

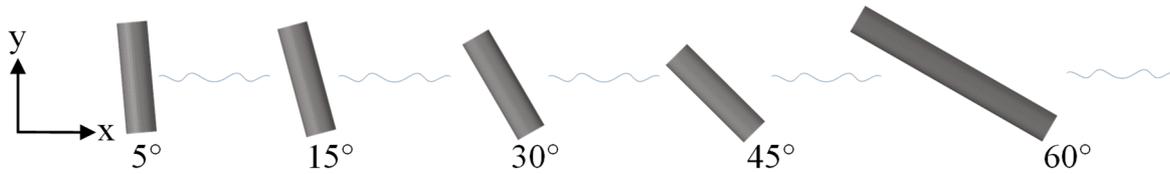
Die Schalen-Strukturen, die sich aus der Optimierung des Modells „Seitlich“ ergeben haben, liegen fast vollständig in einer Normalebene der Stempelrichtung. Die Schalen-Strukturen der Optimierung des Modells „Frontal“ liegen zu Beginn der Optimierung nicht in einer solchen Ebene, gehen aber mit jeder Iteration stärker in diese Richtung. In beiden Fällen verschlechtern sich die Ergebnisse dabei. Wie bereits in den jeweiligen Kapiteln 8.2.3 und 8.2.4 diskutiert, wirken die meisten Kräfte in diesen Ebenen.

Deshalb werden bei der Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit keine Strukturen entstehen, die ausreichenden Widerstand gegen ein Knicken der Struktur leisten.

Bei der hohen Energie, die die Struktur aufnehmen muss, lässt sich ein Knicken wahrscheinlich nicht verhindern. Damit die Intrusion klein bleibt, müssen die Strukturen in diesen beiden Fällen auch ausreichend Steifigkeit gegenüber biegenden Belastungen aufweisen, die infolge des Knickens im Verlauf des Crashes auftreten. In allen anderen untersuchten Modellen treten ausreichend Kontaktkräfte auf, die auch außerhalb der Normalebene der Stempelrichtung wirken. Der Bezug zur Stempelrichtung wird hier deswegen gemacht, weil das das einzige Szenario ist, in dem als Reaktion auf Kräfte, die alle in einer Ebene liegen, die aus der Optimierung resultierende Schalen-Struktur primär in genau dieser Ebene liegen kann.

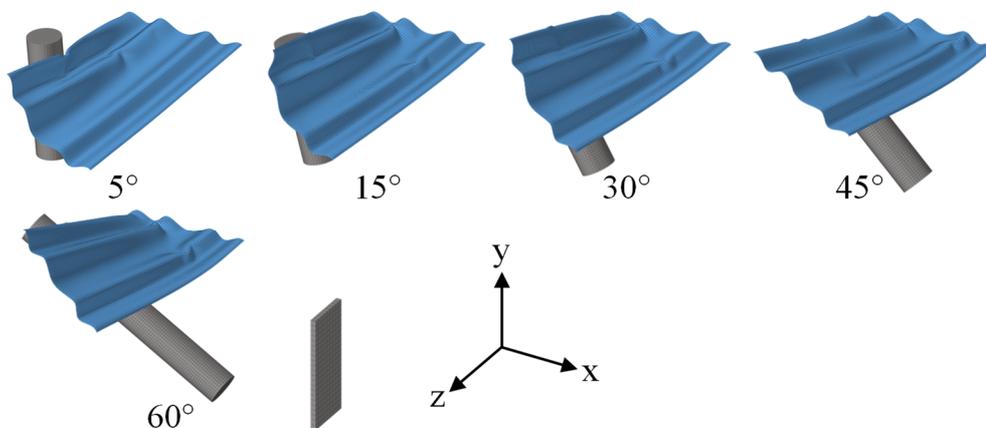
Sowohl die Optimierung des Modells „Biegung“ als auch des Modells „Torsion“ haben die Intrusion des Impaktors deutlich reduziert. Hier scheint die Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit ein geeignetes Ersatzziel in der inneren Schleife zu sein, um die Intrusion bei Crash zu reduzieren. Bei der Optimierung des Modells „Seitlich“ ist das auch gelungen, die Struktur wird aber im Verlauf der Optimierung wieder schlechter und bleibt es auch. Die Optimierung des Modells „Frontal“ hat keine Reduzierung der Intrusion ergeben. In diesen beiden Fällen tendieren die Ergebnisse dazu, flach in einer Ebene senkrecht zur Stempelrichtung zu liegen, während bei den Optimierungen der Modelle „Biegung“ und „Torsion“ die Schalen-Strukturen stark aus dieser Ebene herauskommen. Das ist auch bei den Optimierungen der Modelle „Seitlich mit Barriere“ und „Schubfeld“ der Fall.

Um den Einfluss von speziellen Kombinationen von Belastungs- und Stempelrichtungen bei den Modellen „Seitlich“ und „Frontal“ besser zu verstehen, werden im Folgenden die Ergebnisse von weiteren Optimierungen dieser beiden Modelle vorgestellt, bei denen der Impaktor mit größer werdenden Winkeln schräg positioniert ist. Die Bewegungsrichtung des Impaktors bleibt unverändert. Bei beiden Modellen wird der Impaktor um  $5^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  und  $60^\circ$  rotiert. Beim Modell „Seitlich“ um die z-Achse, beim Modell „Frontal“ um die x-Achse. Die Impaktoren sind zusammen mit der initialen Schalen-Struktur für das Modell „Seitlich“ in Abbildung 8-49 dargestellt. Bei dem  $60^\circ$  angeschrägten Impaktor ist dieser verlängert, damit die Struktur in keinem Fall nur gestreift wird. Die Dichte des ideal steifen Materials wurde so angepasst, dass die Masse des Impaktors und somit auch seine initiale kinetische Energie unverändert bleiben.



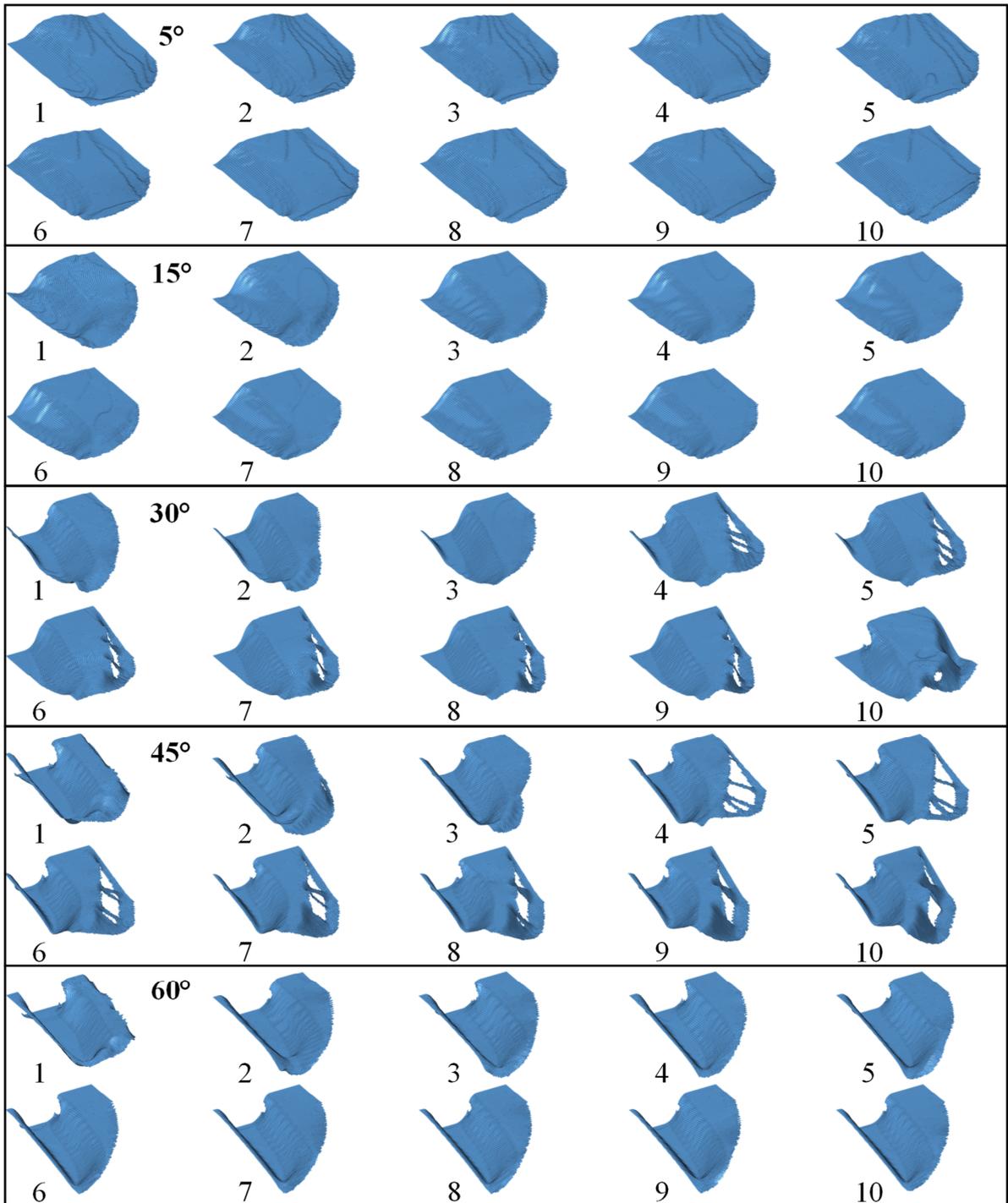
**Abbildung 8-49:** Angeschrägte Impaktoren für das Modell „Seitlich“

Die Momentaufnahmen der Crashberechnung, in denen die verschiedenen angeschrägten Impaktoren des Modells „Seitlich“ aufgehoben werden, sind in Abbildung 8-50 dargestellt. In allen Fällen wird der Impaktor von der initialen Schalen-Struktur aufgehoben. Die Intrusion steigt mit zunehmendem Winkel an.

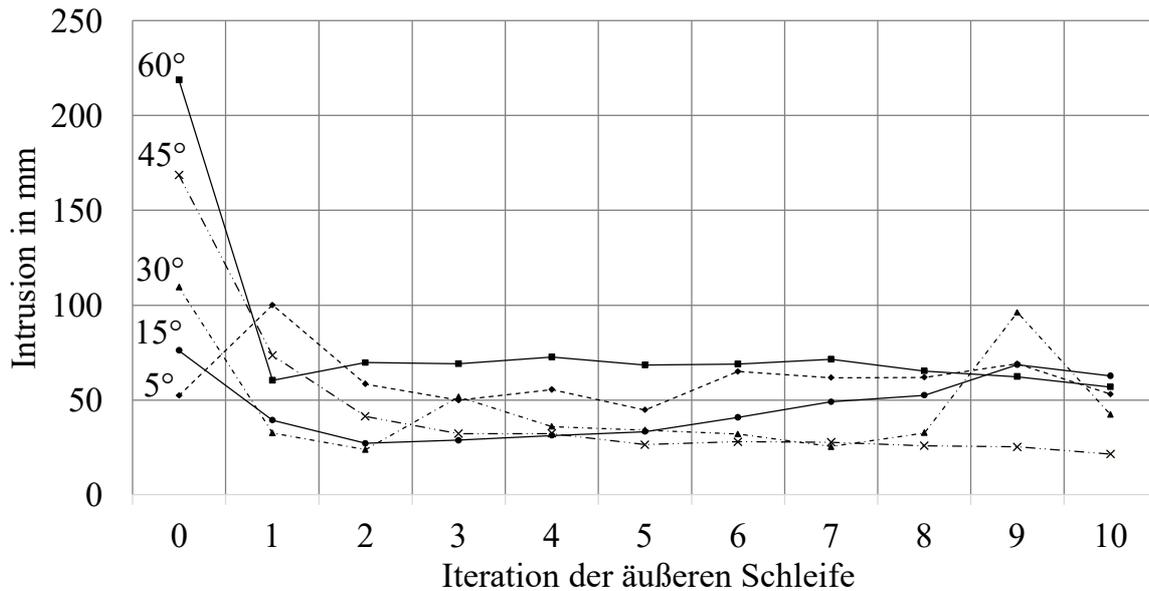


**Abbildung 8-50:** Momentaufnahmen des Verhaltens bei Crash zum Zeitpunkt, an dem der Impaktor gestoppt wird, „Seitlich“ bei verschiedenen Winkeln

Für alle fünf Modelle „Seitlich“ mit verschiedenen angeschrägten Impaktoren wurden jeweils 10 Iterationen des NOCS-Prozesses durchgeführt. Die Schalen-Strukturen aus diesen Optimierungen sind in Abbildung 8-51 und die zugehörigen Werte der Intrusion in Abbildung 8-52 dargestellt.

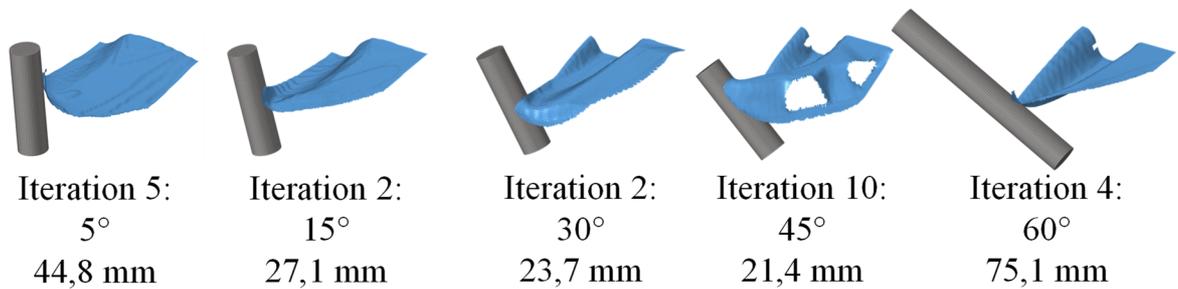


**Abbildung 8-51:** Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife des NOCS-Prozesses für das Modell „Seitlich“ für verschiedene Winkel des Impaktors



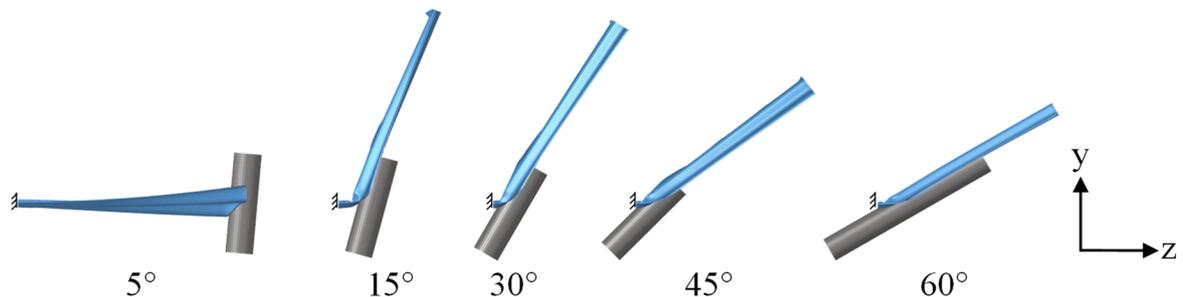
**Abbildung 8-52:** Werte der Intrusion des Impaktors über die Iterationen der äußeren Schleife für verschiedene Winkel des Impaktors („Seitlich“)

Zunehmend große Winkel führen bei diesem Modell zu zunehmend großen Intrusionen der initialen Schalen-Struktur. Die aus der Optimierung resultierenden Schalen-Strukturen unterscheiden sich deutlich. Mit größer werdendem Winkel kommen die resultierenden Schalen-Strukturen immer mehr aus der Ebene heraus. Die Intrusion wird bei jedem Winkel des Impaktors reduziert. Die Reduktion der Intrusion nimmt mit dem Winkel des Impaktors zu. Bei dem sehr kleinen Winkel von 5° ist die Reduktion deutlich kleiner als die Reduktion, die zuvor bei dem nicht angewinkeltem Impaktor erreicht werden konnte. Es ist davon auszugehen, dass die hohe Reduktion bei 0° bereits in der 2ten Iteration ein glücklicher Zufall ist. Die Ergebnisse dieser Optimierungen deuten darauf hin, dass die Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit in der inneren Schleife bei einer primären Belastung in der Normalebene der Stempelrichtung möglicherweise eher ungeeignet zur Reduktion der Intrusion ist. Allerdings wurden die Verbesserungen auch mit, im Sinne einer niedrigen Intrusion, schlechteren initialen Schalen-Strukturen erreicht. Die deformierten Schalen-Strukturen aus jeder der fünf Optimierungen mit der jeweils niedrigsten Intrusion zum Zeitpunkt, an dem der Impaktor aufgehalten wird, sind in Abbildung 8-53 dargestellt.



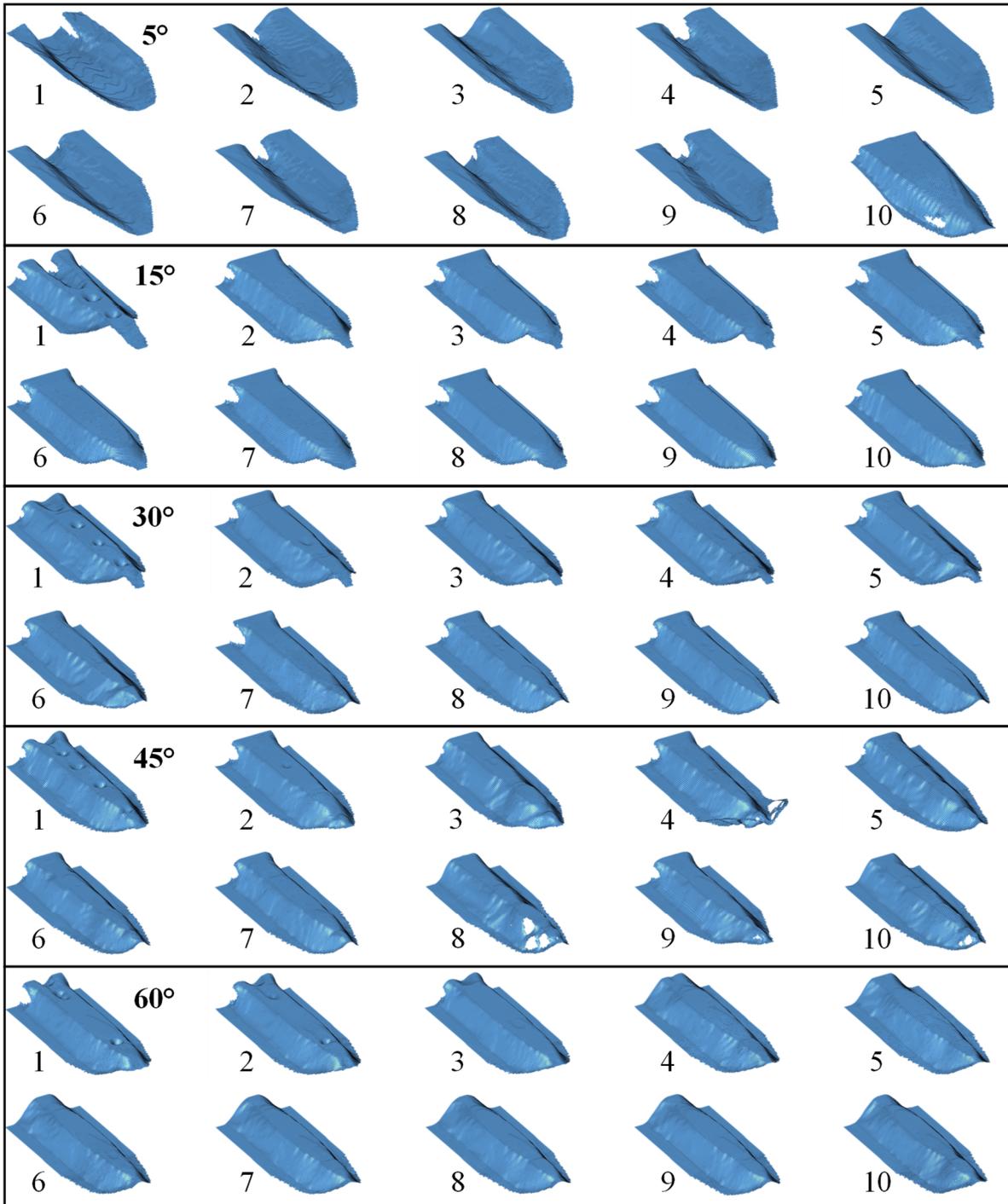
**Abbildung 8-53:** Momentaufnahmen des Verhaltens bei Crash zum Zeitpunkt, an dem der Impaktor gestoppt wird, und zugehörige Werte der Intrusion

Das Modell „Frontal“ wurde in derselben Weise angepasst. Auch hier wurde bei einem Winkel von 60° der Impaktor verlängert und dessen Materialdichte zur Erhaltung der initialen kinetischen Energie angepasst. Das Intrusionsverhalten der initialen Struktur für die verschieden angewinkelten Impaktoren ist in Abbildung 8-54 veranschaulicht. Ein Winkel von 5° vergrößert die Intrusion in einem moderaten Umfang. Ab einem Winkel von 15° gibt die initiale Schalen-Struktur vollständig nach und der Impaktor wird erst beim Auftreffen auf die Einspannung der Schalen-Struktur aufgehalten.



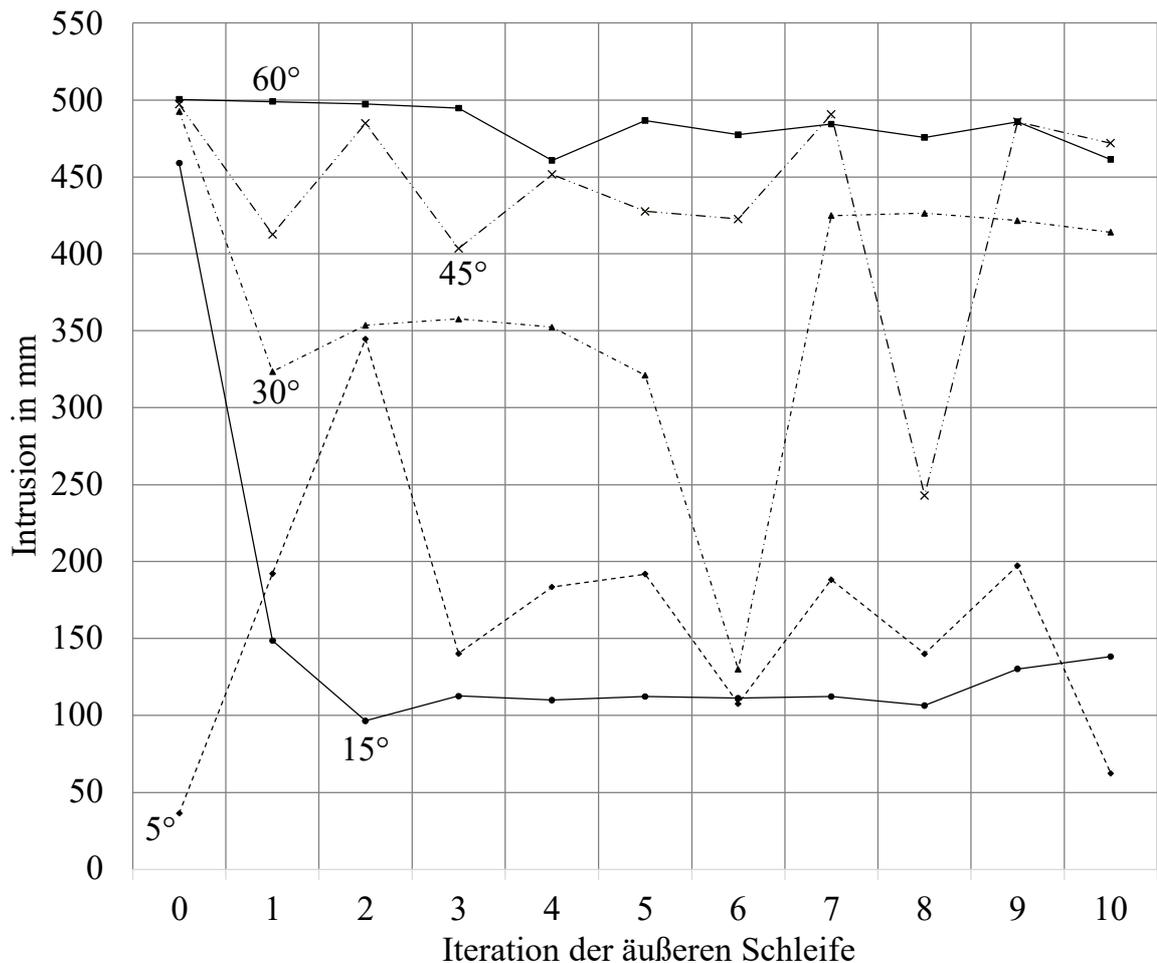
**Abbildung 8-54:** Momentaufnahmen des Verhaltens bei Crash zum Zeitpunkt, an dem der Impaktor gestoppt wird, „Frontal“ bei verschiedenen Winkeln

Auch für jedes dieser Modelle mit verschieden angewinkelten Impaktoren wurden jeweils 10 Iterationen der äußeren Schleife des NOCS-Prozesses durchgeführt. Die resultierenden Schalen-Strukturen sind in Abbildung 8-55 dargestellt. Die resultierenden Schalen-Strukturen liegen erwartungsgemäß nicht mehr flach in einer Normalebene der Stempelrichtung.



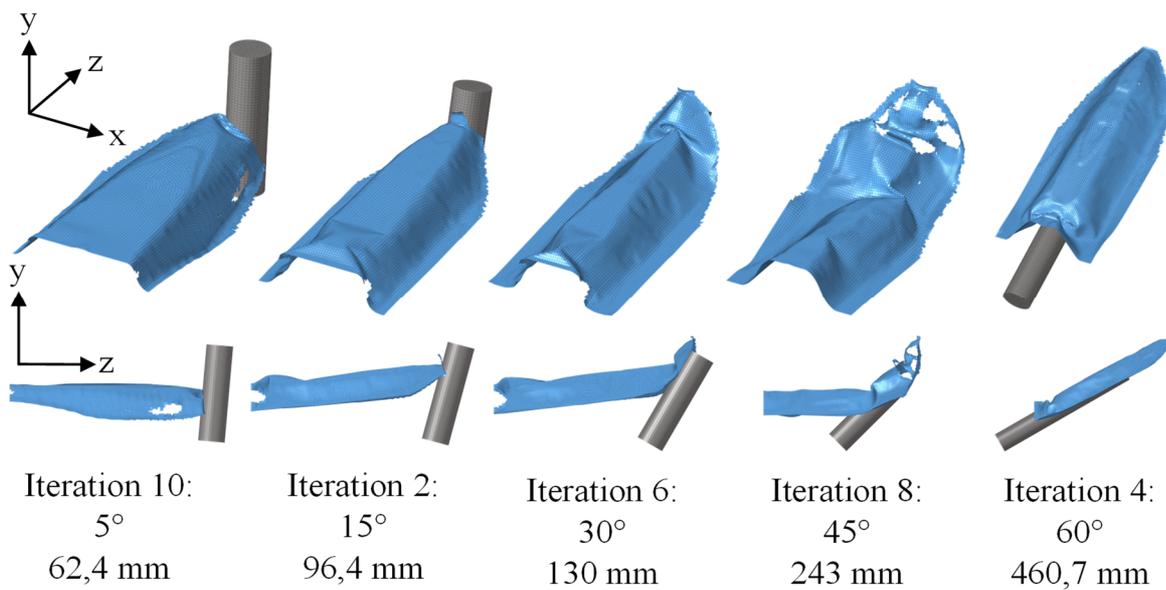
**Abbildung 8-55:** Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife des NOCS-Prozesses für das Modell „Frontal“ für verschiedene Winkel des Impaktors

Die Werte der Intrusion für alle 5 Winkel des Impaktors können Abbildung 8-56 entnommen werden. Ab einem Winkel von 15° wird die Intrusion im Verlauf der Optimierung verringert.



**Abbildung 8-56:** Werte der Intrusion des Impaktors über die Iterationen der äußeren Schleife für verschiedene Winkel des Impaktors („Frontal“)

Die relative Verringerung der Intrusion im Vergleich zum initialen Entwurf nimmt ab einem Winkel von  $45^\circ$  wieder ab. Vermutlich ist der Bauraum nicht ausreichend groß, um eine Schalen-Struktur zuzulassen, die ausreichend Steifigkeit gegenüber der Biegung um die z-Achse hat, um den Impaktor frühzeitig aufzuhalten. Das gilt vor allem für die Größe des Bauraums in y-Richtung, denn hier liegen die Strukturen ab einem Winkel von  $15^\circ$  an den Bauraumgrenzen. Prinzipiell ist das Deformationsverhalten der Schalen-Strukturen für diese Optimierungen nach demselben Prinzip wie zuvor bei Abbildung 8-53 veranschaulicht (siehe Abbildung 8-57).



**Abbildung 8-57:** Momentaufnahmen des Verhaltens bei Crash zum Zeitpunkt, an dem der Impaktor gestoppt wird, und zugehörige Werte der Intrusion

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen bekräftigen die Hypothese, dass bei einer überwiegender Belastung in der Normalebene der Stempelrichtung die Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit keine gute Zielformulierung in der inneren Schleife des NOCS-Prozesses ist, wenn die Intrusion minimiert werden soll. Werden die Problemstellungen so verändert, dass die Kontaktkräfte ausreichend auch außerhalb dieser Normalebene wirken, verbessern sich die Ergebnisse in beiden Versuchen. Dadurch unterscheiden sich die Belastungen im Crash weniger stark von den in der inneren Schleife verwendeten Ersatzlastfällen, da beim Crash aufgrund des in den untersuchten Fällen nicht vermeidbaren Knickens der Struktur immer auch biegende Belastungen vorkommen.

## 8.4 Maximierung der Beulsicherheit in der inneren Schleife

### 8.4.1 Definition der Optimierungsaufgabe

Zur Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit ist die Maximierung der Beulsicherheit eine naheliegende Alternative. Der größte Teil der Intrusion bei Crash folgt aus dem Ausbeulen und/oder Knicken der Strukturelemente. Um die Intrusion zu reduzieren, reicht aber auch das Finden von Entwürfen, die erst später beulen oder knicken. Ob das mit der Maximierung der Beulsicherheit in der inneren Schleife erreicht werden kann, wird im Folgenden durch entsprechende Optimierungen an den Modellen „Seitlich“ und „Frontal“ untersucht. Das Ziel der Optimierung lautet:

$$\max \sum_{i=1}^n T_{\text{krit}_i}, \quad (8.13)$$

sodass

$$v \leq v^U. \quad (8.14)$$

Hierbei ist  $T_{\text{krit}_i}$  das Beulkriterium  $T_{\text{krit}}$  des  $i$ -ten Lastfalls:

$$T_{\text{krit}} = \left( \sum_{j=1}^m T_j^{-k} \right)^{-\frac{1}{k}}, \quad (8.15)$$

mit der Beulsicherheit  $T_j = \frac{1}{\psi_j}$  des  $j$ -ten Eigenwerts und dem Eigenwert  $\psi_j$ , der sich aus der Lösung von:

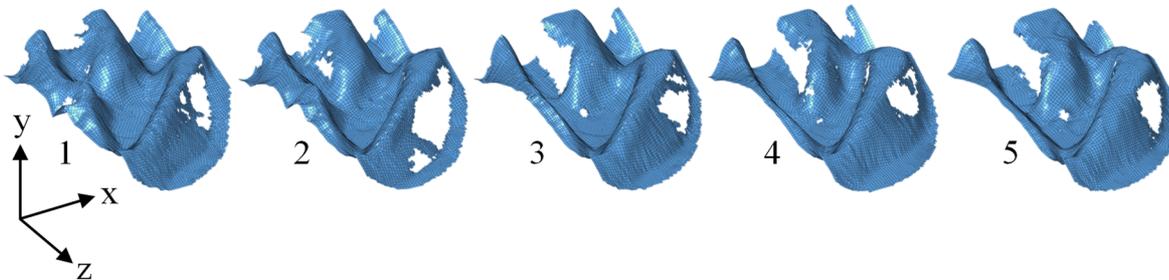
$$(\mathbf{G} + \psi_j \mathbf{K}) \varphi_j = 0 \quad (8.16)$$

ergibt. Hierbei sind  $\mathbf{G}$  die geometrische Steifigkeitsmatrix und  $\varphi_j$  die Eigenform (Dienemann 2018). Durch das Beulkriterium wird die Beulsicherheit der größten Eigenwerte (bzw. die kleinsten Beulsicherheiten) am stärksten gewichtet. Je höher  $k$  gewählt wird, desto stärker ist die Gewichtung. In den Optimierungen, deren Ergebnisse im Folgenden diskutiert werden, wurden fünf Lastfälle ( $n = 5$ ) und alle auftretenden Eigenwerte ( $m =$  maximale Anzahl der betrachteten Eigenformen) berücksichtigt. Zur Gewichtung wurde  $k = 8$  gewählt.

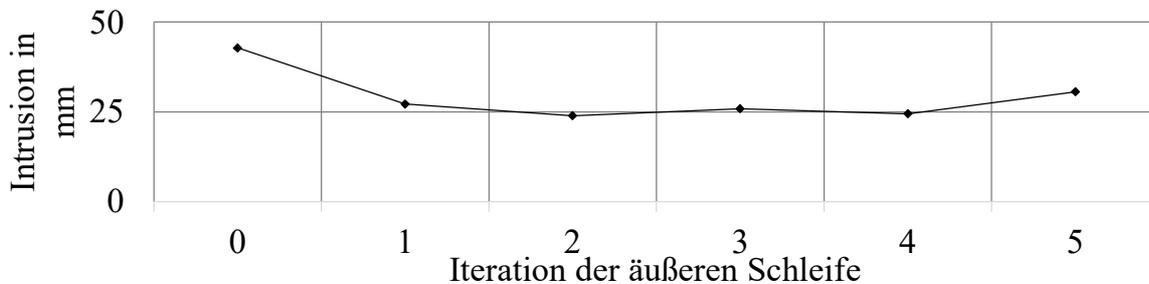
#### 8.4.2 Ergebnisse für das Modell „Seitlich“

Für diese Optimierung wurden 5 Iterationen des NOCS-Prozesses durchgeführt. Die Konfiguration ist dieselbe wie zuvor bei der Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit, nur dass jetzt die Maximierung der Beulsicherheit das Ziel der Topologieoptimierung ist. Die Schalen-Strukturen aus den Iterationen der äußeren Schleife sind in Abbildung 8-58 und die zugehörigen Werte der Intrusion in Abbildung 8-59 dargestellt. Schon in der ersten Iteration stellt sich ein grundsätzlicher Entwurf der Schalen-Struktur ein, der in den folgenden Iterationen der äußeren Schleife vergleichsweise unwesentlich verändert wird und sich bezogen auf die Intrusion ähnlich verhält. Alle erhaltenen Schalen-Strukturen reduzieren die Intrusion im Vergleich zum initialen Entwurf. Der Entwurf mit der niedrigsten Intrusion ist der aus Iteration 2, mit einer Intrusion von 23,93 mm. Damit konnte der erzielte Wert von 25,2 mm, der bei der Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit in der inneren Schleife erzielt wurde,

noch einmal leicht gesenkt werden. Die erhaltenen Strukturen tendieren nicht mehr dazu, primär in einer Ebene zu liegen. Durch die Berücksichtigung der Beulsicherheit wird eine ausreichende Biegesteifigkeit in y-Richtung wichtig in Bezug auf die Zielfunktion, was ein Grund für die Verbesserung der Ergebnisse ist.

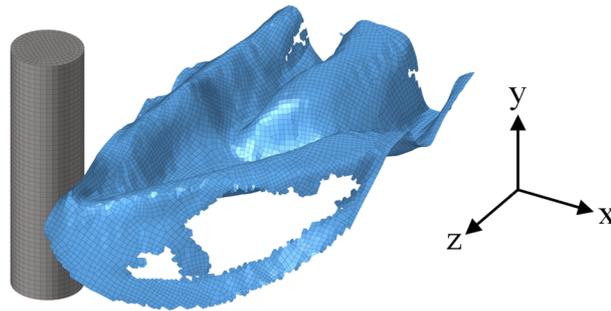


**Abbildung 8-58:** Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife des NOCS-Prozesses für das Modell „Seitlich“



**Abbildung 8-59:** Werte der Intrusion des Impaktors über die Iterationen der äußeren Schleife

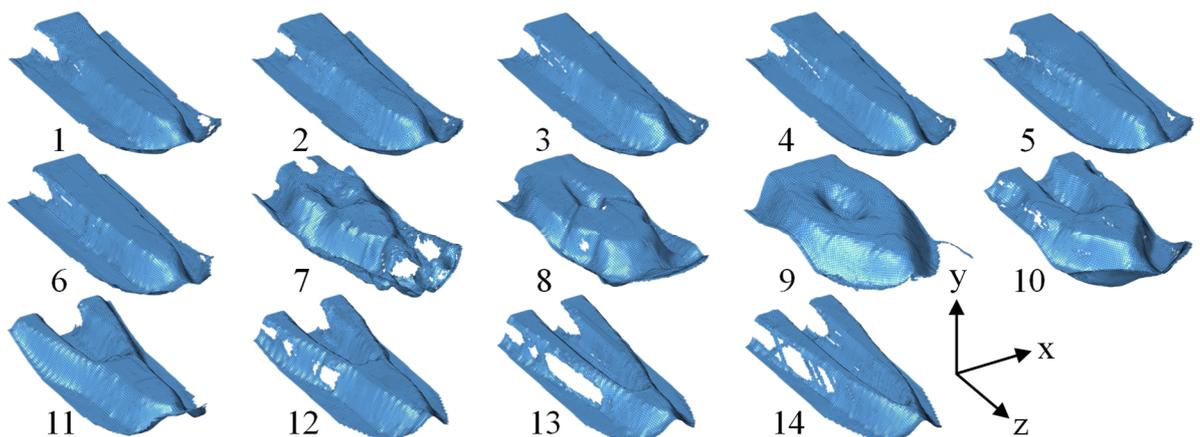
Die Verformung der Schalen-Struktur im Moment, in dem der Impaktor aufgehalten wird, ist in Abbildung 8-60 veranschaulicht. Wie zu erkennen, wird der Impaktor frühzeitig aufgehalten. Die Struktur biegt sich nicht mehr nach oben weg. Insgesamt scheint die Maximierung der Beulsicherheit in diesem Fall die geeignetere Zielfunktion in der inneren Schleife zu sein, sofern die Intrusion in der äußeren Schleife minimiert werden soll.



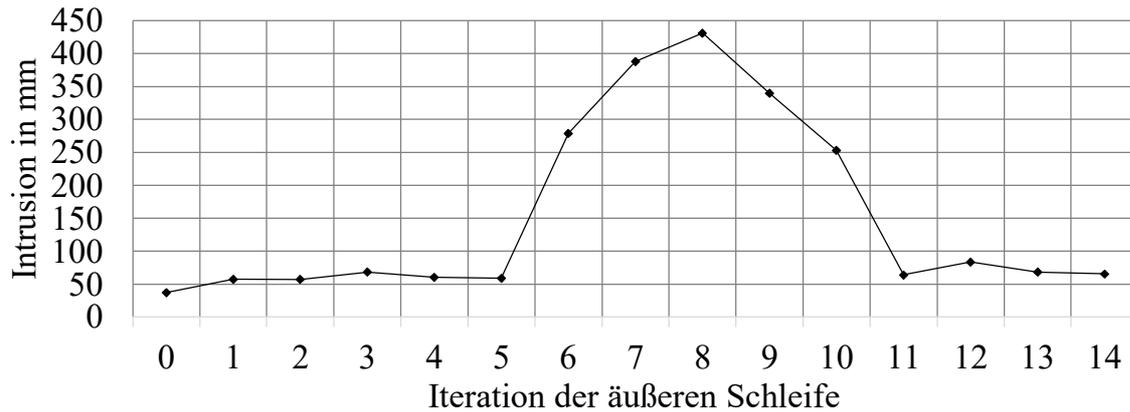
**Abbildung 8-60:** Momentaufnahme des Verhaltens der Schalen-Struktur aus der 2ten Iteration bei Crash zum Zeitpunkt, an dem der Impaktor gestoppt wird

### 8.4.3 Ergebnisse für das Modell „Frontal“

Auch bei der Optimierung des Modells „Frontal“ wurde die innere Schleife nur in der Hinsicht verändert, dass jetzt die Maximierung der Beulsicherheit das Ziel der Topologieoptimierung ist. Es wurden 14 Iteration des NOCS-Prozesses durchgeführt. Die Ergebnisse der Schalen-Strukturen sind in Abbildung 8-61 abgebildet und die zugehörigen Werte der Intrusion in Abbildung 8-62. Auch hier kann eine Verbesserung der Ergebnisse im Vergleich zur Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit erzielt werden. Eine Senkung der Intrusion im Vergleich zur initialen Struktur bleibt aber auch hier aus. Auch die hier erhaltenen Schalen-Strukturen gehen stärker aus der x-z-Ebene heraus als bei der Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit und verhindern so das zuvor ausgeprägtere Verbiegen der Struktur um die x-Achse.

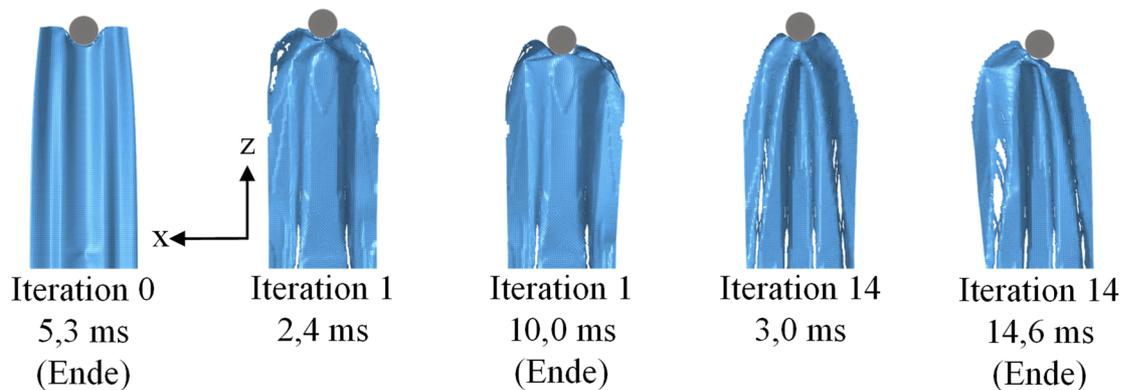


**Abbildung 8-61:** Schalen-Strukturen aus der äußeren Schleife des NOCS-Prozesses für das Modell „Frontal“



**Abbildung 8-62:** Werte der Intrusion des Impaktors über die Iterationen der äußeren Schleife

Die niedrigsten Werte der Intrusion werden in Iteration 1 (57,42 mm) und Iteration 2 (57,36 mm) erreicht. Damit liegen diese immer noch deutlich über den 37,57 mm Intrusion der initialen Struktur. In Abbildung 8-63 ist das Intrusionsverhalten der initialen Schalen-Struktur mit denen der Iteration 1 und 14 vergleichend veranschaulicht. Grund für die höhere Intrusion ist vor allem der unmittelbare Bereich um die Kontaktzone herum. Globale Verformung findet bei diesen Beispielen nur geringfügig statt. Damit wirkt der generelle Entwurf, beispielsweise aus Iteration 1, abgesehen von der unmittelbaren Kontaktzone, nicht schlecht geeignet.



**Abbildung 8-63:** Veranschaulichung des Verhaltens der Schalen-Struktur verschiedenen Iterationen bei Crash im Vergleich zum initialen Entwurf

Dieses Beispiel deutet darauf hin, dass NOCS nicht besonders geeignet ist, einen bereits sehr guten Entwurf noch zu verbessern. Ein besseres Einsatzfeld scheint die Findung erster Entwürfe zu sein, wozu die Topologieoptimierung auch üblicherweise eingesetzt wird.

## 8.5 Diskussion zu möglichen Abbruchkriterien

In den vorgestellten Anwendungen des NOCS-Prozesses wurde kein Abbruch- oder Konvergenzkriterium verwendet. Wie die Anwendungsbeispiele zeigen, ist die Anwendung eines Konvergenzkriteriums wenig sinnvoll, da der Prozess nicht konvergiert. Die Gründe hierfür wurden in Kapitel 7.4 diskutiert. In der praxisnahen Anwendung sollte es daher sinnvolle Abbruchkriterien geben, um die Verwendung unnötig vieler Rechen- und Speicherkapazitäten zu vermeiden. Für den NOCS-Prozess erscheint eine Kombination aus den folgenden Abbruchkriterien zielführend:

- a. Maximale Anzahl von Iterationen.
- b. Schwellenwert für die relative Verbesserung der Zielfunktion.
- c. Maximale Anzahl konsekutiver Iterationen, in welcher die Zielfunktion nicht oberhalb eines Schwellenwertes weiter reduziert wird.

Eine maximale Anzahl von Iterationen ermöglicht es, eine Obergrenze für den Rechenaufwand festzulegen, und ist ein bei iterativen Abläufen häufig eingesetztes Kriterium. Nach Erreichen der maximalen Anzahl von Iterationen wird der Prozess in jedem Fall beendet. Idealerweise sollte es nicht dieses Kriterium sein, das den Prozess beendet. Sofern die anderen Kriterien sinnvoll gewählt sind, ist es wahrscheinlich lohnenswert, den Prozess fortzuführen. Ein besonders bei den gradientenbasierten Verfahren häufig verwendetes Konvergenzkriterium besteht darin, einen Schwellenwert  $\varepsilon$  für die relative Reduktion der Zielfunktion heranzuziehen. Wird dieser Schwellenwert von einer auf die nächste Iteration unterschritten wird der Prozess beendet;

$$\frac{f_{i-1} - f_i}{f_{i-1}} > \varepsilon. \quad (8.17)$$

Durch ein solches Konvergenzkriterium wird im Grunde eine Bewertung vorgenommen, ob sich der Rechenaufwand einer weiteren Iteration lohnt. Vom Grundsatz her erscheint ein solches Kriterium auch für den NOCS-Prozess sinnvoll. Da der NOCS-Prozess nicht unbedingt in jeder Iteration zu einer Reduktion der Zielfunktion führt, muss dieses Kriterium zusätzlich die Veränderung von mehreren Iterationen einbeziehen, damit der Prozess in diesem Fall nicht sofort beendet wird. Einen Durchschnitt der Veränderung aus den letzten Iterationen zu bilden, erscheint dabei nicht sinnvoll. Es besteht die Gefahr, dass eine erzielte Reduktion der Zielfunktion durch eine Erhöhung derselben in den Iterationen davor kompensiert wird. Zielführender erscheint es, die maximale Verbesserung der Zielfunktion aus den letzten  $\tau$  Iterationen zu betrachten:

$$i \in \{n - \tau + 1, n - \tau + 2, \dots, n\} \left( \frac{f_{i-1} - f_i}{f_{i-1}} \right) > \varepsilon, \quad (8.18)$$

wobei  $n$  die aktuelle Iteration des Prozesses ist. Ist die Reduktion der Zielfunktion größer als der Schwellenwert  $\varepsilon$ , wird der Prozess fortgesetzt. So wird allerdings nur die Verbesserung zwischen benachbarten Iterationen geprüft. Was eigentlich von Interesse ist, ist die Frage, ob es über die letzten Iterationen allgemein eine Verbesserung über dem Schwellenwert gegeben hat. Dazu wird der Vergleich der Zielfunktion benachbarter Iterationen durch den Vergleich der letzten  $\tau$  Iterationen mit einem Vergleichswert  $f_{\min}$  ausgetauscht. Der Vergleichswert  $f_{\min}$  entspricht dem niedrigsten Funktionswert, der bereits erzielt werden konnte, wobei die letzten  $\tau$  Iterationen noch nicht mit einbezogen werden:

$$i \in \{n - \tau + 1, n - \tau + 2, \dots, n\} \left( \frac{f_{\min} - f_i}{f_{\min}} \right) > \varepsilon, \quad (8.19)$$

mit

$$f_{\min} = \min_{j \in \{0, 1, \dots, n - \tau\}} f_j. \quad (8.20)$$

Das Ausschließen der letzten  $\tau$  Iterationen bei der Bestimmung von  $f_{\min}$  verhindert, dass das Abbruchkriterium bei einer deutlichen Reduktion der Zielfunktion zu streng wird. Werden diese Iterationen nicht ausgeschlossen, wird der Prozess ansonsten sofort beendet, wenn nach einigen Iterationen eine weitere Reduktion erzielt wird, in der folgenden Iteration aber nicht. Durch das Ausschließen dieser Iterationen wird der Prozess in diesem Fall noch mindestens über  $\tau$  Iterationen fortgeführt. Erst wenn auch dann keine Reduktion der Zielfunktion erzielt wird, wird der Prozess beendet. Der Parameter  $\tau$  steuert somit die Toleranz für Iterationen ohne Reduktion der Zielfunktion. Mit steigendem  $\tau$  werden bei Ausbleiben einer Reduktion mehr Iterationen durchgeführt, bevor der Prozess abgebrochen wird, und der Maßstab für Verbesserungen wird über mehr Iterationen nicht angehoben. Wird durch den Prozess keinerlei Reduktion erzielt, ist  $\tau$  gleich der Anzahl an Iterationen der äußeren Schleife, die in diesem Fall durchgeführt wird. In Tabelle 1 werden für alle vorgestellten Anwendungsbeispiele die Iterationen der äußeren und inneren Schleife aufgeführt, die durchgeführt worden wären, wenn das beschriebene Abbruchkriterium (8.19) mit  $\tau$  gleich 3 und  $\varepsilon$  gleich 0,01 angewendet wird. Außerdem sind die durch den Abbruch der Optimierung bekannten potentiellen weiteren Reduktionen der Intrusion durch eine Fortführung des Prozesses angegeben.

**Tabelle 1:** Anzahl der Iterationen bei Anwendung des Abbruchkriteriums auf die vorgestellten Optimierungen der untersuchten Modelle

Modell	Anzahl It. äußere Schleife	Anzahl It. innere Schleife	Verschlechterung der erzielten Intrusion
„Biegung“	9	6488	3,2 mm
„Torsion“	11	9222	3,7°
„Seitlich“	5	542	-
„Frontal“	3	344	-
„Seitlich mit Barriere“	8	1372	2,4 mm
„Schubfeld“	3	1519	-
„Seitlich“ Beulsicherheit	5	491	-
„Frontal“ Beulsicherheit	3	303	-
„Seitlich 5°“	8	819	-
„Seitlich 15°“	5	755	-
„Seitlich 30°“	5	790	-
„Seitlich 45°“	Kein Abb.	Kein Abb.	-
„Seitlich 60°“	4	505	3,5 mm
„Frontal 5°“	3	381	-
„Frontal 15°“	5	1000	-
„Frontal 30°“	4	606	193,5 mm
„Frontal 45°“	6	816	160,4 mm
„Frontal 60°“	7	743	-

Die einzige Optimierung, die nicht abgebrochen worden wäre, ist die des Modells „Seitlich 45°“. Wie Abbildung 8-52 entnommen werden kann, ist in diesem Fall auch nach 10 Iterationen der äußeren Schleife noch ein deutlicher Abwärtstrend der Zielfunktion zu erkennen. Die einzigen beiden Fälle, in denen eine bekannte deutliche Reduktion der Zielfunktion durch das Abbruchkriterium mit diesen Einstellungen nicht erreicht wird, ist bei den Optimierungen der Modelle „Frontal 30°“ und „Frontal 45°“ (Abbildung 8-56). Anhand dieser Zahlen zu den Iterationen der äußeren und inneren Schleife lässt sich nun auch der Rechenaufwand des NOCS-Prozesses

einschätzen. Iterationen der äußeren Schleife sind, weil für jede dieser Iterationen eine Crashberechnung durchgeführt werden muss, mit deutlich mehr Rechenaufwand verbunden als die Iterationen der inneren Schleife. Das genaue Verhältnis ist vom jeweiligen Crash- und Voxel-Modell und den Ziel- und Restriktionsfunktionen in der inneren Schleife abhängig. In den hier vorgestellten Beispielen überwiegt der Rechenaufwand der inneren Schleife deutlich, aufgrund der deutlich größeren Anzahl an Iterationen. Diese hohe Anzahl von Iterationen in der inneren Schleife kommt unter anderem zustande, weil die Tiefziehrestriktion das Konvergenzverhalten verschlechtert.

## **8.6 Zusammenfassung anwendungsbezogener Erkenntnisse**

Aus den vorgestellten Anwendungsbeispielen lassen sich Erkenntnisse dazu ableiten, in welchen Fällen der NOCS-Prozess wie angewendet werden sollte. Dieses Kapitel gibt eine Übersicht über diese Erkenntnisse und fasst vieles aus den vorherigen Kapiteln zu den Anwendungsbeispielen noch einmal kurz zusammen.

Die wahrscheinlich einflussreichste Entscheidung bei der Konfiguration einer Optimierung mit dem NOCS-Prozess ist die Wahl der Zielfunktion in der inneren Schleife. Für die Minimierung der Intrusion in der äußeren Schleife kann entweder die Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit oder die Maximierung der Beulsicherheit in der inneren Schleife gewählt werden. In den Anwendungsbeispielen hat sich gezeigt, dass die Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit mit weniger Rechenaufwand pro Iteration verbunden ist als die Maximierung der Beulsicherheit. Daher ist es naheliegend die Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit in der inneren Schleife zu verfolgen, sofern keine ähnliche Situation wie bei den Modellen „Seitlich“ und „Frontal“ vorliegt, bei denen die Kontaktkräfte überwiegend in einer Normalebene der Stempelrichtung liegen. Bei Letzterem ist die Maximierung der Beulsicherheit in der inneren Schleife zu bevorzugen.

Bei der Wahl der Anzahl und relativen zeitlichen Lage der Zeitpunkte aus der Crashberechnung, die zur Lastfallgenerierung verwendet werden sollen, ist es empfehlenswert, nur dann alle Zeitpunkte mit Kontaktkräften zu berücksichtigen, wenn es dafür einen Grund gibt. Denn generell erhöht die Nutzung aller Zeitpunkte aus der Crashberechnung zu Lastfallgenerierung das Risiko einer Überbewertung häufig auftretender ähnlicher Kontaktkräfte in der inneren Schleife, wie in Kapitel 7.2.2 beschrieben. Ein Beispiel für einen Grund, trotzdem alle Zeitpunkte einzubeziehen, gibt es bei dem Modell „Seitlich mit Barriere“, bei dem sichergestellt werden muss, dass auch Kontaktkräfte der Barriere in der inneren Schleife berücksichtigt werden.

Aufgrund der Art der Rückführung der Voxel-Ergebnisse in ein Schalen-Modell ist es umständlich, Bereiche im Voxel-Modell zu haben, die nicht zum Entwurfsraum gehören. Diese müssen so gewählt sein, dass die bei der Rückführung resultierenden Schalen-Bereiche der gewünschten Form und Lage entsprechen. Bei der Optimierung des Modells „Torsion“ sind die Kontaktflächen des Impaktors im Voxel-Modell nicht Teil des Entwurfsraums. Ausschlaggebend für diese Entscheidung ist, dass es vorteilhaft ist, beide Kontaktflächen zu nutzen. Sind die Kontaktflächen Teil des Entwurfsraums besteht die Gefahr, dass es zu Iterationen der äußeren Schleife kommt, bei denen primär Kontaktkräfte von nur einer Kontaktstelle in der inneren Schleife berücksichtigt werden. Sollte das Ergebnis dieser Iteration der äußeren Schleife das Material an der anderen Kontaktstelle daraufhin entfernen, wird es generell keine Kontaktkräfte mehr an dieser Stelle geben, und das Material wird nicht an diese Stelle zurückkehren. Ist bereits bekannt, dass bei mehreren Kontaktstellen bestimmte von ihnen besser erhalten bleiben, ist diese Vorgehensweise daher empfehlenswert. Der Nachteil ist, dass die Form und Topologie der Kontaktstelle selbst dann nicht durch den Prozess angepasst werden kann.

Eine Alternative, um Bereiche vom Entwurfsraum auszuschließen, ist, diese nicht im Voxel-Modell zu modellieren, so geschehen beim Modell „Schubfeld“. Diese Herangehensweise bringt andere Herausforderungen mit sich. Eventuell können die Kontaktkräfte, die unmittelbar durch den Impaktor verursacht werden, nicht in der inneren Schleife verwendet werden, wenn diese wie bei dem Modell „Schubfeld“ auf die nicht im Voxel-Modell enthaltenen Bereiche wirken. Außerdem müssen die Bereiche mit Einspannungen im Schalen-Modell so positioniert sein, dass sie auch im Voxel-Modell enthalten sind.

Wird in der inneren Schleife eine Massen- oder Volumenrestriktion definiert, muss diese so gewählt werden, dass das Material für verschiedene potentielle Schalen-Entwürfe ausreicht. Gleichzeitig darf die Restriktion nicht deutlich mehr Material zulassen, da die verwendete Tiefziehrestriktion dann nicht mehr richtig funktionieren kann. Ist die geforderte Blechdicke überall erreicht, wird durch die Bestrafung der Sensitivitäten keine Materialverteilung über diese Blechdicke hinaus verhindert. Dann kann das Voxel-Ergebnis deutlich von einer Schalen-Struktur abweichen, was den Zusammenhang zwischen der Mittelfläche und dem Voxel-Ergebnis reduziert und so auch die Rückführung in ein sinnvolles Schalen-Ergebnis stört oder sogar verhindert.

Randbedingungen wie Einspannungen sollten immer als Bereiche definiert werden, die alle potentiellen Lagen der Randbedingungen einschließen. Auf diese Weise können die Orte, an denen die Struktur Randbedingen nutzt, in der inneren Schleife ebenfalls optimiert werden. Die durchgeführten Optimierungen zeigen, dass es nicht ausreichend ist nur eine Iteration der äußeren Schleife durchzuführen. Die besten Ergebnisse werden erst nach mehreren Iterationen der äußeren Schleife gefunden. In manchen Fällen lassen sich Verbesserungen der Zielfunktion sogar nur durch die mehrfache Durchführung der äußeren Schleife erzielen, wie im Fall der Optimierung des Modells „Biegung“ (Kapitel 8.2.1).

## 9. Zusammenfassung und Ausblick

### 9.1 Das Wichtigste zu NOCS

Die in dieser Arbeit vorgestellte Methode zur Optimierung crashbeanspruchter Tiefzieh-Blechteile namens NOCS ermöglicht die Minimierung der Intrusion bei Crash. NOCS teilt den Optimierungsprozess in eine innere und eine äußere Schleife. Der Ablauf ähnelt der ESLSO (Park 2011). Statt den *Equivalent Static Loads* werden die Kontaktkräfte aus der Crashberechnung als Ersatzlasten in der inneren Schleife verwendet. Durch die Verwendung einer Tiefziehrestriktion (Dienemann 2018) in der inneren Schleife wird sichergestellt, dass die Ergebnisse in einer vorgegeben Stempelrichtung keine Hinterschneidungen aufweisen und es keine Rippen gibt. In der inneren Schleife wird die Topologie eines Voxel-Modells optimiert, das den verfügbaren Bau- raum darstellt. Hierzu wird die gradientenbasierte Dichtemethode eingesetzt. Das Ergebnis der inneren Schleife wird automatisiert in ein Schalen-Modell zur Crashbe- rechnung überführt. Die Verwendung der Tiefziehrestriktion ist eine Voraussetzung für die automatische Rückführbarkeit der Voxel- in Schalen-Ergebnisse. Durch die sta- tisch lineare Betrachtungsweise in der inneren Schleife bleibt der Rechenaufwand trotz der hohen Anzahl an Entwurfsvariablen in einem akzeptablen Umfang.

### 9.2 Grenzen der Methode

Die aktuelle Umsetzung des Verfahrens verringert in vielen Anwendungen die Ziel- funktion, zeigt aber keine sicheren Konvergenzeigenschaften. Aus diesem Grund kann die Reduktion der Intrusion nicht garantiert werden. Die Methode findet keine Optima, an den Beispielen ist aber zu sehen, dass die Zielfunktion in vielen Fällen dennoch deutlich reduziert werden kann. Es hat sich gezeigt, dass die Kontaktkräfte aus der Crashberechnung als Ersatzlasten für die statisch lineare Optimierung verwenden wer- den können. Die Kontaktkräfte sind nach der Crashberechnung bekannt und bieten einen physikalischen Zusammenhang mit dem, was in der Crashberechnung passiert. Die in Kapitel 8 untersuchten Beispiele zeigen, dass der NOCS-Prozess in vielen Fäl- len imstande ist, Entwürfe von Blech-Bauteilen ohne Hinterschneidungen zu generieren, die bei gleicher Masse die Intrusion eines Impaktors im Vergleich zum initialen Entwurf deutlich reduzieren. Da die Intrusion nur bei der Crashberechnung, nicht aber in der statisch linearen Optimierung ermittelt werden kann, ist eine Ersatz- Zielfunktion mit einem ausreichenden Zusammenhang zur Intrusion in der statisch li- nearen Optimierung erforderlich. Die Ergebnisse aus den praktischen Anwendungen

zeigen, dass sowohl die Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit als auch die Maximierung der Beulsicherheit als solche geeignet sein können. Treten Kontaktkräfte primär in der Normalebene der Stempelrichtung auf, ist in der inneren Schleife die Maximierung der Beulsicherheit besser geeignet als die Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit. Basierend auf den Ergebnissen der analysierten Beispiele lässt sich vermuten, dass die resultierenden Strukturen bei der Reduzierung der mittleren Nachgiebigkeit oft nicht ausreichend biegesteif sind, was zu einem Stabilitätsverlust führen kann. Die Methode ist aktuell auf die Minimierung der Intrusion begrenzt. Für alle anderen Zielfunktionen, die nur in der äußeren Schleife bekannt sind, fehlen noch Ersatzfunktionen für die innere Schleife. Außerdem können Funktionen, die in der inneren Schleife nicht bekannt sind, nicht als Restriktion in der Optimierung berücksichtigt werden. Das gilt auch für die Intrusion. Dazu reicht der Zusammenhang zwischen der in der inneren Schleife ermittelten mittleren Nachgiebigkeit oder der Beulsicherheit und der Intrusion nicht aus, da sich aus diesen keine tatsächlichen Werte der Intrusion bestimmen lassen. Auch Funktionen die in der inneren Schleife bekannt sind, können nur eingeschränkt als Restriktionen in der Optimierung berücksichtigt werden, da die unter statisch linearen Annahmen erhaltenen Werte nicht den tatsächlichen Werten während des Crashvorgangs entsprechen. Die Rückführung von Voxel- zu Schalen-Modell führt im aktuellen Stand zu Einschränkungen von dem, was modellierbar ist, sofern das Voxel- oder Schalen-Modell Bereiche beinhaltet, die nicht zum Entwurfsraum gehören. Sind solche Bereiche im Voxel-Modell enthalten, können diese aktuell nicht von der Mittelflächen-Generierung ausgeschlossen werden. Im Schalen-Modell können die Bereiche, die zum Entwurfsraum gehören, nicht automatisiert mit anderen Bereichen verbunden werden. Hier können Kontaktdefinitionen wie die bei dem Modell „Schubfeld“ eingesetzten *Tied-Contact* Formulierungen Abhilfe schaffen.

### **9.3 Perspektiven zur Weiterentwicklung der Methode**

#### **Weitere Ziel- und Restriktionsfunktionen**

Die Erweiterung der Methode um weitere Zielfunktionen neben der Intrusion, wie beispielsweise die Beschleunigung oder die Energieaufnahme, würde die Methode für mehr Problemstellungen einsetzbar machen. Ein Beispiel einer potentiellen Ersatz-Zielfunktion für die Geschwindigkeit und Beschleunigung (Jeong et al. 2010) wurde in Kapitel 7.5 beschrieben. Interessant wäre auch eine Erweiterung um die Möglichkeit, Restriktionsfunktionen in der inneren Schleife definieren zu können, die auch in

der äußeren Schleife ihre Geltung behalten. Wie ein Ansatz hierzu aussehen könnte, ist derzeit unklar, da hierfür eine bessere Übereinstimmung der Werte der Restriktionsfunktion in der inneren und äußeren Schleife erforderlich erscheint.

### **Güte der Approximation**

Ein in dieser Arbeit nicht untersuchtes Feld ist die Verbesserung der Approximation des tatsächlichen Struktur-Verhaltens in der inneren Schleife. Generell dürfte hier jede Verbesserung auch die Ergebnisse verbessern. Eine Möglichkeit eine solche Verbesserung zu erzielen, könnten die topologischen Ableitungen von Weider (2021) sein. Mit diesen könnten nicht-lineares Materialverhalten und eine dynamische Belastung eventuell recht effizient in die innere Schleife integriert werden. Die dynamische Belastung kann aus den Kontaktkräften der verschiedenen Zeitpunkte zusammengesetzt werden. Damit entfallen die in Kapitel 7.2.2 beschriebenen Schwierigkeiten bei der Auswahl der zu berücksichtigenden Ersatzlastfälle. Egal welche Anpassung der inneren Schleife gemacht wird, es muss vor allem die Verbesserung der Approximation des tatsächlichen Struktur-Verhaltens gegen den zusätzlichen Rechenaufwand abgewogen werden.

### **Tiefziehbarkeit sicherstellen**

Das Programm, das im Rahmen der Dissertation von Dienemann (2018) entwickelt und für die vorgestellte Methode erweitert wurde, umfasst auch die Möglichkeit, minimale Umformradien einzuhalten und automatisiert durchgeführte Umformsimulationen im Optimierungsprozess durchzuführen. Diese Möglichkeiten wurden in dieser Arbeit nicht genutzt, da der Fokus hier auf der Untersuchung der generellen Machbarkeit des NOCS-Prozesses liegt und der Prozess hierzu zunächst einfach gehalten werden sollte. Für die Anwendung an praxisnahen Beispielen sollten diese Möglichkeiten ausgeschöpft werden.

### **Relevanz der unterschiedlichen Lastfälle**

Die Auswahl der Zeitpunkte mit Kontakt, die zur Lastfallgenerierung verwendet werden, haben einen großen Einfluss auf die Ergebnisse der Optimierung. Gute Kriterien zur Auswahl dieser Zeitpunkte würden die Methode ebenfalls bereichern. Eventuell sind sogar automatisierte Herangehensweisen entwickelbar, die in jeder Iteration der äußeren Schleife eine neue Auswahl treffen. Für Letzteres ist eine automatisierte Erkennung ähnlicher Lastfälle erforderlich, z. B. durch den direkten Vergleich der

Kontaktkraftanzahl, Wirkrichtungen, Kraftangriffspunkten und Krafthöhen oder durch Vergleich der Knotenverschiebungen in einem Referenzmodell.

### **Parallelisierung der äußeren Schleife**

Um den NOCS-Prozess um eine Möglichkeit zu erweitern, parallele Optimierungsabläufe für ein Modell durchzuführen, wäre es möglich, durch geschicktes Neu-Positionieren der Kontaktkräfte im Voxel-Modell mehrere Optimierungsstränge zu verfolgen. Neue Positionen der Kontaktkräfte könnten dabei so gewählt werden, dass Sie noch auf der „Flugbahn“ des Impaktors liegen, dieser also im neuen Szenario zu einem früheren oder späteren Zeitpunkt auf Struktur trifft, oder dass der Kontakt an einer anderen Stelle des Impaktors stattfindet. Neben „blindem“ Experimentieren wäre auch die Entwicklung von Heuristiken denkbar, die bewerten, ob und welche neuen Positionen der Kontaktkräfte sinnvoll sind. Für jede alternative Positionierung der Kontaktkräfte könnte dann eine eigene Optimierungsschleife des NOCS-Prozesses laufen, und die Entwürfe der verschiedenen Schleifen könnten in Konkurrenz zueinander gestellt werden, ähnlich wie bei der GHT.

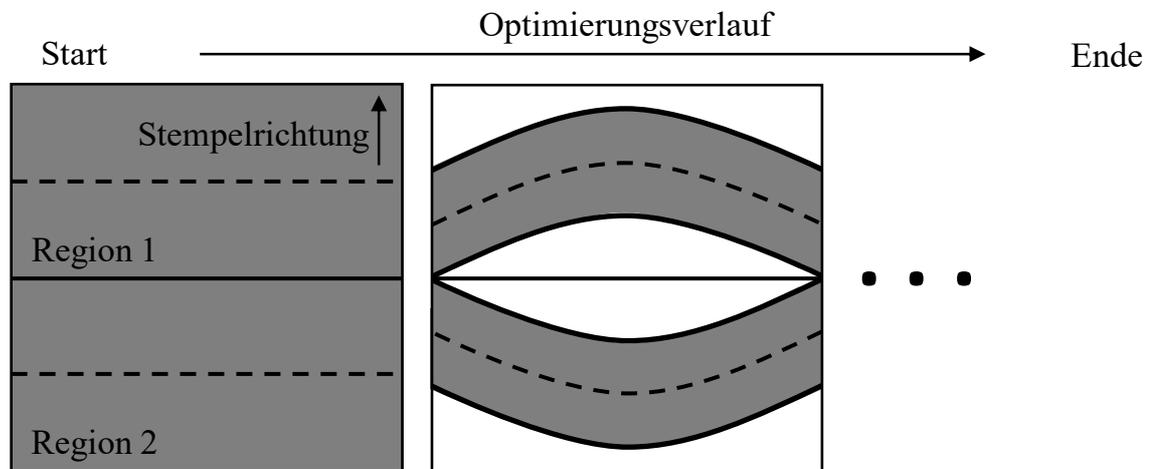
### **Alternativen zur Tiefziehrestriktion**

Zur Rückführung eines Schalen-Modells aus dem Voxel-Ergebnis ist die Tiefziehrestriktion erforderlich. Soll der Prozess auch ohne die Tiefziehrestriktion funktionieren, muss entweder eine alternative Methode zur Schalen-Rückführung entwickelt werden oder eine Form- und Topologieoptimierung direkt auf dem Schalen-Modell durchgeführt werden. Eine zuverlässige alternative Methode zur Schalen-Rückführung aus einem Voxel-Modell ohne Einschränkungen der möglichen Formen der Schale gibt es nach Kenntnisstand des Autors zum Zeitpunkt der Entstehung dieser Arbeit noch nicht. Eine Form- und Topologieoptimierung direkt auf der Schale ist hingegen beispielsweise mit OptiStruct<sup>®</sup> möglich, indem sowohl die Elementdichten der Schalen-Elemente als Entwurfsvariablen als auch die Knotenpositionen als solche definiert werden. Die Formoptimierung kann in so einem Fall beispielsweise mit der *Vertex-Morphing-Method* (Hojjat et al. 2014) durchgeführt werden.

### **Zwei-Schalen-Optimierung**

Durch die Tiefziehrestriktion sind geschlossene Strukturen ausgeschlossen. Durch eine Aufteilung des Voxel-Modells in zwei Bereiche, in denen jeweils eine eigene Mittelfläche ermittelt wird, könnte es möglich sein, auch geschlossene Strukturen zu

erhalten, die sich aus zwei Tiefzieh-Blechen zusammensetzen. Abbildung 9-1 skizziert den Grundgedanken.



**Abbildung 9-1:** Skizzierung der Verwendung von zwei Mittelflächen und Unterteilung des Voxel-Modells in zwei Bereiche

Die Sensitivitäten der Voxel in den jeweiligen Bereichen werden nur durch die Mittelfläche bestraft, die dem Bereich zugeordnet ist. Und nur die Voxel dieses Bereiches entscheiden über die Form der Mittelfläche. Sofern es von einem mechanischen Standpunkt aus sinnvoll ist, werden diese Mittelflächen im Verlauf des Optimierungsprozesses zu Materialverbindungen zwischen den beiden Regionen des Voxel-Modells führen. Dort können die beiden einzelnen Bleche gefügt werden. Es ist sogar denkbar, die beiden Bereiche des Voxel-Modells nicht durch geteilte Knoten, sondern durch Verbindungen, die die mechanischen Eigenschaften der Verbindung von bestimmten Fügeverfahren simulieren, zu modellieren. Auf diese Weise könnten mechanische Eigenschaften einer ausgewählten Füge-technik schon in der Optimierung berücksichtigt werden.

### Konvergenz

Um das Konvergenzverhalten der Methode zu verbessern, könnte es sinnvoll sein, Informationen aus vergangenen Iterationen der äußeren Schleife in der jeweils aktuellen Iteration der äußeren Schleife zu nutzen. Beispielsweise indem Ersatzlastfälle aus einer bestimmten Anzahl an vorhergegangenen Iterationen beibehalten und in der inneren Schleife berücksichtigt werden, aber im Vergleich zu Ersatzlasten aus der aktuellen Iteration weniger stark gewichtet werden. Eine Verbesserung des Konvergenzverhaltens der Methode könnte auch erreicht werden, wenn die Veränderung der Kräfte durch die Entwurfsänderung schon in der inneren Schleife zumindest geschätzt und diese

Schätzung bei der Änderung der Entwurfsvariablen mit einbezogen wird. Um eine Approximation der Kontaktkräfte in der inneren Schleife zu ermitteln, kann der Zusammenhang zwischen der Kraft und der Knotenverschiebung in Krafrichtung verwendet werden (Triller 2023). Bei einer Topologieoptimierung dürfte diese Vorgehensweise aber dadurch erschwert werden, dass sich die Krafrichtung ändern kann, wie auch die Lage und Anzahl der Kräfte.

## Literaturverzeichnis

- Abdullahi, Hamza Sulayman; Gao, Shuming (2021): A two-stage approach to the optimization design of multi-cell square tubal structures. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 63 (2), S. 897–913. DOI: 10.1007/s00158-020-02735-9.
- Afrousheh, Masoud; Marzbanrad, Javad; Göhlich, Dietmar (2019): Topology optimization of energy absorbers under crashworthiness using modified hybrid cellular automata (MHCA) algorithm. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 60 (3), S. 1021–1034. DOI: 10.1007/s00158-019-02254-2.
- Aulig, Nikola; Menzel, Stefan; Nutwell, Emily; Detwiler, Duane (2015): Towards multi-objective topology optimization of structures subject to crash and static load cases. In: Hélder C. Rodrigues, José Herskovits, Christóvão M. Mota Soares, José Miranda Guedes, Aurelio L. Araújo, João O. Folgado et al. (Hg.): Engineering optimization IV. Proceedings of the International Conference on Engineering Optimization (ENGOPT 2014), Lisbon, Portugal, 8-11 September 2014. Boca Raton, London, New York, Leiden: CRC Press, S. 847–852.
- Aulig, Nikola; Nutwell, Emily; Menzel, Stefan; Detwiler, Duane (2018): Preference-based topology optimization for vehicle concept design with concurrent static and crash load cases. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 57 (1), S. 251–266. DOI: 10.1007/s00158-017-1751-z.
- Bahramian, Nasim; Khalkhali, Abolfazl (2020): Crashworthiness topology optimization of thin-walled square tubes, using modified Bidirectional Evolutionary Structural Optimization approach. In: *Thin-Walled Structures* 147, S. 106524. DOI: 10.1016/j.tws.2019.106524.
- Bai, Y. C.; Zhou, H. S.; Lei, F.; Lei, H. S. (2019): An improved numerically-stable equivalent static loads (ESLs) algorithm based on energy-scaling ratio for stiffness topology optimization under crash loads. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 59 (1), S. 117–130. DOI: 10.1007/s00158-018-2054-8.
- Bathe, Klaus-Jürgen (2014): Finite element procedures. 2. Aufl. Watertown, MA: K.J. Bathe. Online verfügbar unter <https://www.amazon.com/Finite-Element-Procedures-Klaus-J%C3%BCrgen-Bathe/dp/0979004950?SubscriptionId=AKIAIOBINVZYXZQZ2U3A&tag=chimbori05-20&linkCode=xm2&camp=2025&creative=165953&creativeASIN=0979004950>.
- Bender, Beate; Göhlich, Dietmar (Hg.) (2020): *Dubbel Taschenbuch Für Den Maschinenbau* 1. 26th ed. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin / Heidelberg. Online verfügbar unter <http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-epflicht-1813778>.
- Bendsøe, Martin P.; Sigmund, Ole (2011): Topology optimization. Theory, methods, and applications. Second edition, corrected printing. Berlin, Heidelberg: Springer (Engineering online library).
- Bendsøe, Martin Philip; Kikuchi, Noboru (1988): Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 71 (2), S. 197–224. DOI: 10.1016/0045-7825(88)90086-2.
- Beyer, Florian; Schneider, Dominik; Schumacher, Axel (2021): Finding three-dimensional layouts for crashworthiness load cases using the graph and heuristic based topology optimization. In: *Struct Multidisc Optim* 63 (1), S. 59–73. DOI: 10.1007/s00158-020-02768-0.
- Bujny, Mariusz; Aulig, Nikola; Olhofer, Markus; Duddeck, Fabian (2016): Evolutionary level set method for crashworthiness topology optimization. In: Proceedings of the VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS Congress 2016). Athens. Athens: Institute of

Structural Analysis and Antiseismic Research School of Civil Engineering National Technical University of Athens (NTUA) Greece.

- Bujny, Mariusz; Aulig, Nikola; Olhofer, Markus; Duddeck, Fabian (2018): Identification of optimal topologies for crashworthiness with the evolutionary level set method. In: *International Journal of Crashworthiness* 23 (4), S. 395–416. DOI: 10.1080/13588265.2017.1331493.
- Bujny, Mariusz; Olhofer, Markus; Aulig, Nikola; Duddeck, Fabian (2021): Topology Optimization of 3D-printed joints under crash loads using Evolutionary Algorithms. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 64 (6), S. 4181–4206. DOI: 10.1007/s00158-021-03053-4.
- Choi, W.S; Park, G.J (2002): Structural optimization using equivalent static loads at all time intervals. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 191; Jg. 2002 (19), S. 2105–2122. DOI: 10.1016/S0045-7825(01)00373-5.
- Choi, Woo-Seok; Park, K. B.; Park, G. J. (2005): Calculation of equivalent static loads and its application. In: *Nuclear Engineering and Design* 235 (22), S. 2337–2348. DOI: 10.1016/j.nucengdes.2005.05.030.
- Clemens, Philipp; Schumacher, Axel (2023a): Nested loop approach for topology and shape optimization of crash-loaded deep-drawn components using contact forces for the inner loops. In: *Structures* 55, S. 2013–2022. DOI: 10.1016/j.istruc.2023.06.015.
- Clemens, Philipp; Schumacher, Axel (2023b): Results from two examples using the nested loop approach for topology and shape optimization of crash loaded deep drawn components to minimize the intrusion of an impactor: Harvard Dataverse, 2023.
- Dienemann, Robert (2018): Entwicklung einer Optimierungsmethodik für die Form- und Topologieoptimierung von tiefziehbaren Blechstrukturen. Dissertation, Bergische Universität Wuppertal. 1. Auflage. Düren: Shaker (Berichte aus dem Maschinenbau).
- Dienemann, Robert; Schumacher, Axel; Fiebig, Sierk (2017): Topology optimization for finding shell structures manufactured by deep drawing. In: *Struct Multidisc Optim* 56 (2), S. 473–485. DOI: 10.1007/s00158-017-1661-0.
- Duddeck, Fabian; Hunkeler, Stephan; Lozano, Pablo; Wehrle, Erich; Zeng, Duo (2016): Topology optimization for crashworthiness of thin-walled structures under axial impact using hybrid cellular automata. In: *Struct Multidisc Optim* 54 (3), S. 415–428. DOI: 10.1007/s00158-016-1445-y.
- Duddeck, Fabian; Volz, Karlheinz Holger (2012): A new Topology Optimization Approach for Crashworthiness of Passenger Vehicles Based on Physically Defined Equivalent Static Loads. Int. Crashworthiness Conf. (ICrash), Milano, Italy.
- DYNAmore GmbH, o.J.-a: Contact types. Online verfügbar unter <https://www.dynasupport.com/tutorial/contact-modeling-in-ls-dyna/contact-types>, zuletzt geprüft am 22.11.2023.
- DYNAmore GmbH, o.J.-b: Contact modeling in LS-DYNA. Online verfügbar unter <https://www.dynasupport.com/tutorial/lb-dyna-users-guide/contact-modeling-in-ls-dyna>, zuletzt geprüft am 22.11.2023.
- Fang, Jianguang; Sun, Guangyong; Qiu, Na; Steven, Grant P.; Li, Qing (2017): Topology Optimization of Multicell Tubes Under Out-of-Plane Crushing Using a Modified Artificial Bee Colony Algorithm. In: *J. Mech. Des* 139 (7), Artikel 071403. DOI: 10.1115/1.4036561.
- Fernandez, Felipe; Puso, Michael A.; Solberg, Jerome; Tortorelli, Daniel A. (2020): Topology optimization of multiple deformable bodies in contact with large deformations. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 371, S. 113288. DOI: 10.1016/j.cma.2020.113288.

- Guo, Lianshui; Tovar, Andres; Penninger, Charles L.; Renaud, John E. (2011): Strain-based topology optimisation for crashworthiness using hybrid cellular automata. In: *International Journal of Crashworthiness* 16; Jg. 2011 (3), S. 239–252. DOI: 10.1080/13588265.2010.544892.
- Guo, Xu; Zhang, Weisheng; Zhong, Wenliang (2014): Doing Topology Optimization Explicitly and Geometrically—A New Moving Morphable Components Based Framework. In: *J. Appl. Mech* 81 (8), Artikel 081009. DOI: 10.1115/1.4027609.
- Hansen, Nikolaus; Kern, Stefan (2004): Evaluating the CMA Evolution Strategy on Multimodal Test Functions. In: *Parallel Problem Solving from Nature - PPSN VIII. 8th International Conference, Birmingham, UK, September 18-22, 2004. Proceedings. International Conference on Parallel Problem Solving from Nature. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg (Lecture Notes in Computer Science, 3242), S. 282–291. Online verfügbar unter [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-540-30217-9\\_29](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-540-30217-9_29).*
- Harzheim, Lothar (2019): *Strukturoptimierung. Grundlagen und Anwendungen. 3. überarbeitete und erweiterte Auflage.* Haan-Gruiten: Verlag Europa-Lehrmittel Nourney Vollmer GmbH & Co. KG (Europa Lehrmittel).
- Hojjat, Majid; Stavropoulou, Electra; Bletzinger, Kai-Uwe (2014): The Vertex Morphing method for node-based shape optimization. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 268, S. 494–513. DOI: 10.1016/j.cma.2013.10.015.
- Huang, Hua-Ming; Raponi, Elena; Duddeck, Fabian; Menzel, Stefan; Bujny, Mariusz (2023): Topology optimization of periodic structures for crash and static load cases using the evolutionary level set method. In: *Optim Eng*, S. 1–34. DOI: 10.1007/s11081-023-09857-1.
- Hunkeler, Stephan; Duddeck, Fabian; Rayamajhi, Mila (2013): Topology optimisation method for crashworthiness design using Hybrid Cellular Automata and thin-walled ground structures. 9th European LS-DYNA Conference, Manchester.
- Ivarsson, Niklas; Wallin, Mathias; Tortorelli, Daniel (2018): Topology optimization of finite strain viscoplastic systems under transient loads. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 114 (13), S. 1351–1367. DOI: 10.1002/nme.5789.
- Jang, H. H.; Lee, H. A.; Lee, J. Y.; Park, G. J. (2012): Dynamic Response Topology Optimization in the Time Domain Using Equivalent Static Loads. In: *AIAA Journal* 50 (1), S. 226–234. DOI: 10.2514/1.J051256.
- Jeong, S-B; Yoon, S.; Xu, S.; Park, G-J (2010): Non-linear dynamic response structural optimization of an automobile frontal structure using equivalent static loads. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering* 224 (4), S. 489–501. DOI: 10.1243/09544070JAUTO1262.
- Jia, Jiao; Da, Daicong; Hu, Jianxing; Yin, Sha (2021): Crashworthiness design of periodic cellular structures using topology optimization. In: *Composite Structures* 271, S. 114164. DOI: 10.1016/j.compstruct.2021.114164.
- Karaboga, Dervis; Basturk, Bahriye (2007): A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm. In: *J Glob Optim* 39 (3), S. 459–471. DOI: 10.1007/s10898-007-9149-x.
- Karev, Artem; Harzheim, Lothar; Immel, Rainer; Erzgräber, Matthias (2019): Free sizing optimization of a front hood using the ESL method: overcoming challenges and traps. In: *Struct Multidisc Optim* 60 (4), S. 1687–1707. DOI: 10.1007/s00158-019-02285-9.

- Lee, Hyun-Ah; Park, Gyung-Jin (2012): Topology Optimization for Structures with Nonlinear Behavior Using the Equivalent Static Loads Method. In: *J. Mech. Des* 134 (3), Artikel 031004. DOI: 10.1115/1.4005600.
- Lee, Hyun-Ah; Park, Gyung-Jin (2015): Nonlinear dynamic response topology optimization using the equivalent static loads method. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 283, S. 956–970. DOI: 10.1016/j.cma.2014.10.015.
- Link, Simon; Schneider, Dominik; Schumacher, Axel; Ortmann, Christopher (2019): Integration of Flange Connections in the Graph and Heuristic Based Topology Optimization of Crashworthiness Structures. In: Hélder C. Rodrigues, José Herskovits, Cristóvão M. Mota Soares, Aurélio L. Araújo, José Miranda Guedes, João O. Folgado et al. (Hg.): *EngOpt 2018 proceedings of the 6th International Conference on Engineering Optimization*. Cham: Springer.
- LSTC (2006): LS-DYNA. Theory manual. Livermore, Calif.: Livermore Software Technology Corp. Online verfügbar unter <https://www.dynasupport.com/manuals/additional/ls-dyna-theory-manual-2005-beta>, zuletzt geprüft am 22.11.2023.
- LSTC (Hg.) (2015): A weight balanced multi-objective topology optimization for automotive development. Unter Mitarbeit von N. Aulig, E. Nutwell, S. Menzel und D. Detwiler. 10th European LS-DYNA Conference. Würzburg, Deutschland. Online verfügbar unter [https://www.researchgate.net/profile/nikola-aulig-2/publication/280598803\\_a\\_weight\\_balanced\\_multi-objective\\_topology\\_optimization\\_for\\_automotive\\_development/links/55bcd92708aed621de10850d/a-weight-balanced-multi-objective-topology-optimization-for-automotive-development.pdf](https://www.researchgate.net/profile/nikola-aulig-2/publication/280598803_a_weight_balanced_multi-objective_topology_optimization_for_automotive_development/links/55bcd92708aed621de10850d/a-weight-balanced-multi-objective-topology-optimization-for-automotive-development.pdf), zuletzt geprüft am 16.01.2024.
- LSTC (Hg.) (2016): Preference-based topology optimization of body-in-white structures for crash and static loads. Unter Mitarbeit von N. Aulig, E. Nutwell, S. Menzel und D. Detwiler. 14th International LS-DYNA Users Conference. Online verfügbar unter <https://www.honda-ri.de/pubs/pdf/3173.pdf>, zuletzt geprüft am 16.01.2024.
- LSTC (2020): LS-DYNA® Keyword User's Manual Volume I. Hg. v. Livermore Software Technology, an ANSYS company. Online verfügbar unter [https://www.dynasupport.com/manuals/ls-dyna-manuals/ls-dyna\\_manual\\_volume\\_i\\_r12.pdf](https://www.dynasupport.com/manuals/ls-dyna-manuals/ls-dyna_manual_volume_i_r12.pdf), zuletzt geprüft am 17.03.2022.
- Lu, Shanbin; Zhang, Zhaobin; Guo, Huiqiang; Park, Gyung-Jin; Zuo, Wenjie (2021): Nonlinear dynamic topology optimization with explicit and smooth geometric outline via moving morphable components method. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 64 (4), S. 2465–2487. DOI: 10.1007/s00158-021-03000-3.
- Ma, Yanhua; Chen, Xueqian; Zuo, Wenjie (2020): Equivalent static displacements method for contact force optimization. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 62 (1), S. 323–336. DOI: 10.1007/s00158-020-02500-y.
- Ortmann, Christopher; Schumacher, Axel (2013): Graph and heuristic based topology optimization of crash loaded structures. In: *Struct Multidisc Optim* 47 (6), S. 839–854. DOI: 10.1007/s00158-012-0872-7.
- Ortmann, Christopher; Sperber, Johannes; Schneider, Dominik; Link, Simon; Schumacher, Axel (2021): Crashworthiness design of cross-sections with the Graph and Heuristic based Topology Optimization incorporating competing designs. In: *Struct Multidisc Optim* 64, S. 1063–1077. DOI: 10.1007/s00158-021-02927-x.

- Osher, Stanley; Sethian, James A. (1988): Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. In: *Journal of Computational Physics* 79 (1), S. 12–49. DOI: 10.1016/0021-9991(88)90002-2.
- Park, Gyung-Jin (2011): Technical overview of the equivalent static loads method for non-linear static response structural optimization. In: *Struct Multidisc Optim* 43 (3), S. 319–337. DOI: 10.1007/s00158-010-0530-x.
- Patel, Neal M.; Kang, Byung-Soo; Renaud, John E.; Tovar, Andrés (2009): Crashworthiness Design Using Topology Optimization. In: *J. Mech. Des.* 131 (6), S. 61013. DOI: 10.1115/1.3116256.
- Querin, O. M.; Young, V.; Steven, G. P.; Xie, Y. M. (2000): Computational efficiency and validation of bi-directional evolutionary structural optimisation. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 189 (2), S. 559–573. DOI: 10.1016/S0045-7825(99)00309-6.
- Raponi, Elena; Bujny, Mariusz; Olhofer, Markus; Aulig, Nikola; Boria, Simonetta; Duddeck, Fabian (2019a): Kriging-assisted topology optimization of crash structures. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 348, S. 730–752. DOI: 10.1016/j.cma.2019.02.002.
- Raponi, Elena; Bujny, Mariusz; Olhofer, Markus; Boria, Simonetta; Duddeck, Fabian (2019b): Hybrid Kriging-assisted Level Set Method for Structural Topology Optimization. In: Proceedings of the 11th International Joint Conference on Computational Intelligence: SCITEPRESS - Science and Technology Publications.
- Ren, Chun; Min, Haitao; Ma, Tianfei; Wang, Fangquan (2020): Efficient structure crash topology optimization strategy using a model order reduction method combined with equivalent static loads. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering* 234 (7), S. 1897–1911. DOI: 10.1177/0954407019893841.
- Rieg, Frank; Hackenschmiedt, Reinhard; Laukant, Bettina Alber (2019): Finite Elemente Analyse für Ingenieure. Grundlagen und praktische Anwendungen mit Z88Aurora. 6. vollständig überarbeitete Auflage: Hanser.
- Rust, W. (2016): Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen: Springer Fachmedien Wiesbaden.
- Schneider, Dominik (2023): Graphen- und heuristikbasierte Topologieoptimierung von Profilstrukturen aus Faser-Kunststoff-Verbunden in Craschanwendungen. Dissertation, Bergische Universität Wuppertal. Düren: Shaker Verlag (Berichte aus dem Maschinenbau).
- Schumacher, Axel (2020): Optimierung mechanischer Strukturen. 3. Edition: Springer Berlin Heidelberg.
- Shin, Moon-Kyun; Park, Ki-Jong; Park, Gyung-Jin (2007): Optimization of structures with nonlinear behavior using equivalent loads. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 196 (4-6), S. 1154–1167. DOI: 10.1016/j.cma.2006.09.001.
- Stander, Nielen; Craig, K. J. (2002): On the robustness of a simple domain reduction scheme for simulation-based optimization. In: *Engineering Computations* 19 (4), S. 431–450. DOI: 10.1108/02644400210430190.
- Svanberg, Krister (1987): The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization. In: *Int J Numer Methods Eng* 24 (2), S. 359–373. DOI: 10.1002/nme.1620240207.
- Triller, J.; Immel, R.; Harzheim, L. (2022a): Difference-based Equivalent Static Load Method with adaptive time selection and local stiffness adaption. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 65 (3), S. 1–17. DOI: 10.1007/s00158-021-03160-2.
- Triller, J.; Immel, R.; Harzheim, L. (2022b): Topology optimization using difference-based equivalent static loads. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 65 (8), S. 1–17. DOI: 10.1007/s00158-022-03309-7.

- Triller, J.; Immel, R.; Timmer, A.; Harzheim, Lothar (2021): The difference-based equivalent static load method: an improvement of the ESL method's nonlinear approximation quality. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 63 (6), S. 2705–2720. DOI: 10.1007/s00158-020-02830-x.
- Triller, Jens (2023): Crashworthiness Optimization using difference-based equivalent static Loads - Sizing and Topology Optimization of Structures subjected to Crash. Dissertation, Technische Universität Darmstadt. Online verfügbar unter <https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/23667>.
- Trilling, Jens (2024): Unterstützung der Graphen- und Heuristikbasierten Topologieoptimierung crashbelasteter Strukturen durch Reinforcement Learning. Dissertation, Bergische Universität Wuppertal. 1. Auflage. Düren: Shaker (Berichte aus dem Maschinenbau).
- Trilling, Jens; Schumacher, Axel; Zhou, Ming (2024): Reinforcement learning based agents for improving layouts of automotive crash structures. In: *Appl Intell*. DOI: 10.1007/s10489-024-05276-6.
- Valladares, Homero; Najmon, Joel; Tovar, Andres (2019): Structural Optimization of Thin-Walled Tubular Structures for Progressive Collapse Using Hybrid Cellular Automaton with a Prescribed Response Field (SAE Technical Paper, 2019-01-0837). Online verfügbar unter <https://www.sae.org/publications/technical-papers/content/2019-01-0837/>.
- van Dijk; Maute, M.; Langelaar; van Keulen, F. (2013): Level-set methods for structural topology optimization: a review. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* (48), S. 437–472.
- Wagner, Marcus (2019): Lineare und nichtlineare FEM. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, zuletzt geprüft am 04.12.2021.
- Wang, Lei; Li, Zeshang; Gu, Kaixuan (2022): An interval-oriented dynamic robust topology optimization (DRTO) approach for continuum structures based on the parametric Level-Set method (PLSM) and the equivalent static loads method (ESLM). In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 65 (5), S. 1–21. DOI: 10.1007/s00158-022-03236-7.
- Weider, Katrin (2021): Topologische Ableitung zur Optimierung crashbelasteter Strukturen. Düren: Shaker Verlag GmbH (Berichte aus dem Maschinenbau).
- Weider, Katrin; Schumacher, Axel (2018): A Topology Optimization Scheme for Crash Loaded Structures Using Topological Derivatives. In: Axel Schumacher, Thomas Vietor, Sierk Fiebig, Kai-Uwe Bletzinger und Kurt Maute (Hg.): *Advances in Structural and Multidisciplinary Optimization*. Cham: Springer International Publishing, S. 1601–1614.
- Wriggers, Peter (2013): Nichtlineare Finite-Element-Methoden. Berlin Heidelberg: Springer. Online verfügbar unter [https://www.ebook.de/de/product/33481872/peter\\_wriggers\\_nichtlineare\\_finite\\_element\\_methoden.html](https://www.ebook.de/de/product/33481872/peter_wriggers_nichtlineare_finite_element_methoden.html).
- Xie, Y. M.; Steven, G. P. (1993): A simple evolutionary procedure for structural optimization. In: *Computers & Structures* 49 (5), S. 885–896. DOI: 10.1016/0045-7949(93)90035-c.
- Zeng, Duo; Duddeck, Fabian (2017): Improved hybrid cellular automata for crashworthiness optimization of thin-walled structures. In: *Struct Multidisc Optim* 56 (1), S. 101–115. DOI: 10.1007/s00158-017-1650-3.
- Zhang, Junyuan; Ning, Linan; Hao, Yumin; Sang, Tao (2021): Topology optimization for crashworthiness and structural design of a battery electric vehicle. In: *International Journal of Crashworthiness* 26 (6), S. 651–660. DOI: 10.1080/13588265.2020.1766644.

- 
- Zhou, M.; Rozvany, G.I.N. (1991): The COC algorithm, Part II: Topological, geometrical and generalized shape optimization. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 89 (1-3), S. 309–336. DOI: 10.1016/0045-7825(91)90046-9.

## Vorveröffentlichungen

Clemens, Philipp; Schumacher, Axel (2023a): Nested loop approach for topology and shape optimization of crash-loaded deep-drawn components using contact forces for the inner loops. In: *Structures* 55, S. 2013–2022. DOI: 10.1016/j.istruc.2023.06.015.

Clemens, Philipp; Schumacher, Axel (2023b): Results from two examples using the nested loop approach for topology and shape optimization of crash loaded deep drawn components to minimize the intrusion of an impactor: Harvard Dataverse, 2023.

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Philipp Clemens

Geburtsdatum 25.02.1990

Geburtsort Koblenz

## Schulausbildung

2001 bis 2010 *Gesamtschule der Stadt Brühl*

## Studium

09/2011 bis Maschinenbau (Bachelor of Engineering) an der *Technischen*

04/2016 *Hochschule Köln,*

Bachelorarbeit: „Ausgewählte Ansätze numerischer simulations-basierter Strukturoptimierung im Maschinenbau“

04/2016 bis Maschinenbau (Master of Science) an der *Bergischen Universität*

10/2019 *Wuppertal,*

Masterarbeit: „Entwicklung neuer Konzepte zur Überwindung lokaler Optima bei der voxelbasierten Topologieoptimierung von Blechstrukturen“

## Berufstätigkeit

seit 10/2019 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am *Lehrstuhl für Optimierung me-  
chanischer Strukturen* an der *Bergischen Universität Wuppertal*

**Dissertationen vom Lehrstuhl für Optimierung mechanischer Strukturen,  
Fakultät 7, Bergische Universität Wuppertal**

1. Dr.-Ing. Christopher Ortmann (2015): Entwicklung eines graphen- und heuristikbasierten Verfahrens zur Topologieoptimierung von Profilquerschnitten für Crashlastfälle, Shaker Verlag, ISBN: 978-3-8440-3746-3
2. Dr.-Ing. Robert Dienemann (2018): Entwicklung einer Optimierungsmethodik für die Form- und Topologieoptimierung von tiefziehbaren Blechstrukturen, Shaker Verlag, ISBN: 978-3-8440-6196-3
3. Dr.-Ing. Constantin Diez (2018): Process for Extraction of Knowledge from Crash Simulations by means of Dimensionality Reduction and Rule Mining [<https://d-nb.info/1182555063/34>]
4. Dr.-Ing. Manuel Ramsaier (2021): Integration der Topologie- und Formoptimierung in den automatisierten digitalen Entwurf von Fachwerkstrukturen, Shaker Verlag, ISBN: 978-3-8440-7788-9
5. Dr.-Ing. Niklas Klinke (2021): Strategien zur Optimierung von flexibel gewalzten Bauteilen in Karosseriestrukturen, Shaker Verlag, ISBN: 978-3-8440-7936-4
6. Dr.-Ing. Saad Eddine Hafsa (2021): Topology optimization method for the adaptation of mechanical structures, Shaker Verlag, ISBN: 978-3-8440-8306-4
7. Dr.-Ing. Katrin Weider (2021): Topologische Ableitung zur Optimierung crashbelasteter Strukturen, Shaker Verlag, ISBN: 978-3-8440-8248-7
8. Dr.-Ing. Jana Büttner (2022): Effiziente Lösungsansätze zur Reduktion des numerischen Ressourcenbedarfs für den operativen Einsatz der Multidisziplinären Optimierung von Fahrzeugstrukturen, Shaker Verlag, ISBN: 978-3-8440-8560-0
9. Dr.-Ing. Johannes Sperber (2022): Graphen- und Heuristikbasierte Topologieoptimierung axial belasteter Crashstrukturen, Shaker Verlag, ISBN: 978-3-8440-8634-8
10. Dr.-Ing. Stefan Mertler (2022): Comparative Analysis of Crash Simulation Results using Generative Nonlinear Dimensionality Reduction, Shaker Verlag, ISBN: 978-3-8440-8761-1

11. Dr.-Ing. Sven Wielens (2022): Automatische Erstellung von Submodellen für die Crashtoptimierung von Fahrzeugkarosserien, Shaker Verlag, ISBN: 978-3-8440-8717-8
12. Dr.-Ing. Dominik Schneider (2023): Graphen- und heuristikbasierte Topologieoptimierung von Profilstrukturen aus Faser-Kunststoff-Verbunden in Craschanwendungen, Shaker Verlag, ISBN: 978-3-8440-8884-7
13. Dr.-Ing. David Kracker (2024): Automatisierte Auswertung von Crashsimulationen unterschiedlicher Fahrzeug-Entwicklungsständen mit Methoden des maschinellen Lernens, Shaker Verlag, ISBN: 978-3-8440-9424-4
14. Dr.-Ing. Florian Beyer (2024): Entwicklung eines Optimierungsverfahrens für crashbelastete 3D-Rahmenstrukturen mit der Graphen- und Heuristikbasierten Topologieoptimierung, Shaker Verlag, ISBN: 978-3-8440-9475-6
15. Dr.-Ing. Michail Schlosser (2024): Optimierungsverfahren zur Erhöhung der Versagenslasten von Bolzenverbindungen in faserverstärkten Strukturen, Shaker Verlag, ISBN: 978-3-8440-9411-4
16. Dr.-Ing. Jens Trilling (2024): Unterstützung der Graphen- und Heuristikbasierten Topologieoptimierung crashbelasteter Strukturen durch Reinforcement Learning, Shaker Verlag, ISBN: 978-3-8440-9554-8